

## Elementare Theorie der Elektronenstrahlerzeugung mit Triodensystemen.

### II. Stromstärke und Struktur des Elektronenbündels.\*

Von M. PLOKE, Stuttgart.

(Mitteilung aus dem vakuumtechnischen Laboratorium der Zeiss Ikon A.-G., Stuttgart.)

Mit 11 Textabbildungen.

(Eingegangen am 17. Juli 1951.)

#### 1. Einleitung.

Im ersten Teil der Arbeit wurde dargelegt, daß bei betriebsmäßig eingestellten Potentialen vor der Kathode der Triodensysteme eine charakteristische Feldverteilung ausgebildet. Innerhalb dieses als Kathodenfeld bezeichneten Feldanteiles genügt das statische Potential der Gleichung

$$\varphi(r, z) = E_0 z \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{z}{r_0} \right)^2 \right], \quad (1)$$

bei unter der Voraussetzung  $r_0^2 \ll s^2$  die Feldstärke  $E_0$  in der Kathodenmitte und der Radius  $r_0$  des mittleren Kathodengebietes durch die Gleichungen

$$E_0 = \frac{U_{st}}{s} = E_a \frac{R}{s} u_{st}, \quad (2)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{s l}{G} \frac{U_{st}}{U_a}} = \sqrt{\frac{R s}{G}} u_{st} \quad (3)$$

t den Elektrodenabmessungen (Radius  $R$  der HINELT-Bohrung, Abstand  $s$  der Ersatzanode, Feldgröße  $l$ , Radialkonstante  $G$ ), der Anodenfeldstärke  $E_a$ , der Anodenspannung  $U_a$ , der Steuerspannung  $U_{st}$  und der reduzierten Steuerspannung  $u_{st} = U_{st}/E_a R$  verbunden sind.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den Verlauf der Elektronenbahnen im berechneten Potentialfeld zu untersuchen und mit ihrer Hilfe die Brennweite und Vergrößerung der Triodensysteme zu bestimmen. Wie DOSSE [1] auf Grund der Vorarbeiten von R. R. AW [2] gezeigt hat, lassen sich so Aussagen über die Struktur des Elektronenbündels, insbesondere über den Öffnungswinkel und den kleinsten Querschnitt des Bündels machen. Hierbei tritt die Frage nach einer zweckmäßigen Berücksichtigung des Einflusses der Raumladung auf. Sicher sind bereits solche Angaben von Interesse, die sich allein auf das statische Feld beziehen und etwa den bei unterheizter Kathode vorliegenden Verhältnissen entsprechen. In der Mehrzahl der Fälle ist jedoch der Elektronenstrom raumladungsbegrenzt. Die Stromstärke kann man dann mit Hilfe der LANGMUIRSchen Raumladungsformel für ebene Elektroden abschätzen, wie von verschiedenen Autoren nachgewiesen wurde [3], [4], [5]. Darüber hinaus soll versucht werden, durch eine Anwendung der LANGMUIRSchen Lösung auf die Potentialfunktion die von der Raumladung herrührende Feldverzerrung zu berücksichtigen. Gelingt es so, eine Reihe von konkreten Aussagen über das Elektronenbündel zu machen, so bleibt zu prüfen, unter welchen Bedingungen die

zwischen den Elektronen wirkenden Abstoßungskräfte eine radiale Verbreiterung des Elektronenbündels bewirken. Über dieses Problem liegen bereits ausführliche Arbeiten [6], [7], [8] vor, aus denen man entnehmen kann, daß der Effekt z.B. bei BRAUNschen Röhren, wenn überhaupt, mehr in der Nähe des Leuchtschirmes als in der Nähe der Kathode in Erscheinung tritt; es erübrigt sich deshalb im Rahmen dieser Arbeit hierauf näher einzugehen.

#### 2. Stromstärke und Kathodenstromdichte.

Um intensitätsreiche Elektronenbündel zu erhalten, verwendet man gewöhnlich Glühkathoden hoher Ergiebigkeit, z. B. Oxydkathoden. Der übergehende Strom ist dann raumladungsbegrenzt und im wesentlichen durch die geometrische Anordnung bestimmt. Der raumladungsbegrenzte Stromübergang läßt sich quantitativ erfassen, wenn es gelingt, eine Lösung der Poissonschen Gleichung

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0} = - \frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2 \frac{e}{m}} \varphi_1}$$

aufzufinden, die den Randbedingungen genügt. ( $\varphi_1$  = Potential bei Raumladung,  $\rho$  = Raumladungsdichte,  $j$  = Stromdichte,  $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-14}$  Amp. sec/Volt cm = Dielektrizitätskonstante des Vakuums,  $e/m = 1,76 \cdot 10^{15}$  cm<sup>2</sup>/sec<sup>2</sup> Volt). Wegen des komplizierten Strahlenganges in den Triodensystemen ist wohl jeder Versuch, diese Gleichung in Strenge zu lösen, als aussichtslos zu bezeichnen. Wie schon angedeutet wurde, gelangt man jedoch zu brauchbaren Resultaten, wenn man die LANGMUIRSche Raumladungsformel für ebene Elektroden

$$\varphi_1 = \frac{E}{d_1^{1/3}} z^{4/3}, \quad j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2 \frac{e}{m}} \frac{1}{d_1^{1/2}} E^{3/2}$$

sinngemäß abwandelt ( $E$  = Feldstärke ohne Raumladung,  $d_1$  = Anodenabstand). Die gesuchte Näherungslösung soll für  $z = 0$  die Poissonsche Gleichung erfüllen und für  $z = s$ , dem Abstand der Ersatzanode, in die Lösung für das raumladungsfreie Feld übergehen. Dies leistet der Ansatz

$$\varphi_1(r, z) = E_0 z \left( \frac{z}{s} \right)^{1/3} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{z}{r_0} \right)^2 \right],$$

$$j(r) = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2 \frac{e}{m}} \frac{1}{s^{1/2}} E_0^{3/2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]^{3/2}.$$

$E_0$  bedeutet wieder die früher definierte Kathodenfeldstärke, die im statischen Feld bei  $r = 0$ ,  $z = 0$  auftritt, und  $j(r)$  die Stromdichte auf der Kathode. Dabei ist angenommen, daß sich der Radius des emittierten

\* Teil I dieser Arbeit, im folgenden kurz mit I bezeichnet, ist in der Zeitschrift für angewandte Physik Bd. 3 (1951), S. 12 erschienen.



tierenden Gebietes unter dem Einfluß der Raumladung nicht ändert. Gestützt wird diese Annahme durch die von verschiedenen Autoren [4] [11] erwähnte Beobachtung, daß bei der BRAUNschen Röhre der unfokussierte Leuchtfleck ein unscharfes Kathodenbild vermittelt, dessen Durchmesser von der Kathodenemission praktisch unabhängig ist. In der Tat genügt der Ansatz für  $z = 0$  der POISSONschen Gleichung, wie man sich leicht überzeugen kann. Für kleine  $r$  und  $z$ , für die das statische Feld noch homogen ist, entspricht er der LANGMUIR'schen Formel, wenn  $E$  durch  $E_0$  ersetzt wird; und für  $z = s$  geht  $\varphi_1(r, z)$  in das durch Gl. (1) gegebene Potential  $\varphi(r, z)$  des raumladungsfreien Feldes über. Mit Hilfe der Gl. (1), (2) und (3) bringen wir nun die Lösung in die endgültige Form

$$\varphi_1(r, z) = \left(\frac{z}{s}\right)^{1/3} \varphi(r, z), \quad (4)$$

$$j(r) = j_0 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{3/2}, \quad (5)$$

$$j_0 = 2,33 \cdot 10^{-6} E_0^{3/2} s^{-1/2} = 2,33 \cdot 10^{-6} U_{st}^{3/2} s^{-2} \\ = 2,33 \cdot 10^{-6} (E_a R)^{3/2} s^{-2} u_{st}^{3/2}. \quad (6)$$

(Einheiten:  $j_0$  in Amp./cm<sup>2</sup>;  $E_0$ ,  $E_a$  in Volt/cm,  $U_{st}$  in Volt,  $u_{st}$  dimensionslos,  $R$  und  $s$  in cm). Gl. (4) besagt, daß sich das Potential  $\varphi_1(r, z)$  mit Berücksichtigung der Raumladung von dem statischen Potential  $\varphi(r, z)$  um den Faktor  $(z/s)^{1/3}$  unterscheidet. Gl. (5) beschreibt den radialen Abfall der Stromdichte auf der Kathode, die z. B. für  $r = 0,95 r_0$  auf 5% des maximalen Wertes absinkt. Gl. (6) gibt schließlich den Größtwert der Stromdichte in der Mitte der Kathode an und kann somit zur Abschätzung der Kathodenbeanspruchung verwendet werden. Der Umstand, daß in Gl. (6) der Ersatzanodenabstand  $s$  eingeht, hat zur Folge, daß für konstante Steuerspannung die Stromdichte bei System A mit ebener Kathode wegen  $s = (R^3 + b^3)^{1/3}$  kleiner ausfällt als bei System B mit  $s = a \ll R$  (vgl. I, Gl. (27) und (35)). Das System B mit Kugelkathode liefert also unter sonst gleichen Verhältnissen die größere Kathodenstromdichte. Der Gesamtstrom ergibt sich durch Integration über das emittierende Kathodengebiet zu

$$i_a = 2\pi \int_0^{r_0} j(r) r dr = 0,4\pi j_0 r_0^2. \quad (7)$$

Der in dieser Gleichung auftretende Faktor 0,4 ist eine Folge der ungleichförmigen Stromverteilung auf der Kathode, derzufolge nur 40% des Stromes erhalten wird, der fließen würde, wenn die Stromdichte innerhalb des emittierenden Gebietes völlig konstant wäre. Verwendet man für  $j_0$  und  $r_0^2$  die Ausdrücke (6) und (3), so erhält man weiter für die Stromstärke die auf die praktische Anwendung zugeschnittene Formel

$$i_a = 2,93 \cdot 10^{-6} \frac{l}{Gs} U_{st}^{5/2} / U_a \\ = 2,93 \cdot 10^{-6} \frac{R}{Gs} (E_a R)^{3/2} u_{st}^{5/2}. \quad (8)$$

Somit ergibt sich in Übereinstimmung mit dem Experiment [3] [4] [5], daß die Stromstärke bei Raumladungsbegrenzung mit der 5/2-Potenz der Steuerspannung ansteigt<sup>1</sup>. Zu einer interessanten Ge-

setzmäßigkeit gelangt man, wenn man beachtet, daß bei System A die Konstanten  $G$  und  $D$   $l/R$  in einem weiten Bereich nur geringfügig voneinander abweichen (vgl. I, Tabelle). Benutzt man diesen Umstand, so erhält man die Konstante  $G$  aus Gl. (8) zu eliminieren, so erhält man schließlich die Faustformel

$$i_a = 2,9 \cdot 10^{-6} \frac{R}{s} U_{st}^{5/2} / U_{w0},$$

die sich nur wenig von der von GUNDELT [4] angegebenen empirischen Formel

$$i_a = 2,8 \cdot 10^{-6} U_{st}^{5/2} / U_{w0}$$

unterscheidet, vor allem, wenn man bedenkt, daß im Bereich  $0 < b/R < 1$  praktisch konstant bleibt.

### 3. Die Elektronenbahnen im Kathodenfeld.

#### a) Statisches Feld.

Wenn man versucht, die Elektronenbahnen im Kathodenfeld durch Integration der Bewegungsgleichungen unter Zugrundelegung des Potentials (1) zu bestimmen, so stößt man trotz der einfachen Gestalt der Potentialfunktion wiederum auf erhebliche mathematische Schwierigkeiten, weswegen schließlich einer graphischen Methode der Bahnbestimmung unter Zuhilfenahme einer Reihenentwicklung der Vorzug gegeben wurde. Weitere Komplikationen ergeben sich aus der Tatsache, daß die Glühelktroden verschiedene Anfangsgeschwindigkeiten besitzen. Folgende Fälle wurden untersucht: a) Anfangsgeschwindigkeit Null, b) normalgerichtete Anfangsgeschwindigkeit (Austrittsenergie  $U_0 = 0,1 E_0 r_0$  e-Volt), c) tangentialgerichtete Anfangsgeschwindigkeit für  $r = 0$ .

Das Resultat der Bahnbestimmungen ist in Abb. 1a—c dargestellt. Es ergibt sich, daß das Kathodenfeld den größten Teil der emittierten Elektronen zur Kathode hinlenkt und damit die Voraussetzung für die Entstehung eines divergenten Strahlenbündels schafft. Der in Abb. 1c schraffierte Bereich umfaßt alle Bahnen solcher Elektronen, die aus dem Mittelpunkt der Kathode tangential mit Energien  $U_0 \leq 0,1 E_0 r_0$  austreten. Zieht man zum Vergleich Abb. 1b heran, so sieht man, daß sich auf senkrecht austretende Elektronen der Anfangsenergie  $U_0 = 0,1 E_0 r_0$  bezieht, so erkennt man, daß die Tangentialkomponente (Abb. 1c) wesentlich stärkere Abweichungen von dem Bahnverlauf in Abb. 1b hervorruft als die Normalkomponente (Abb. 1b). Wir beschränken uns daher im folgenden, wie üblich, auf die Untersuchung der sog. Hauptstrahlen, die von Elektronen mit der Anfangsgeschwindigkeit Null beschrieben werden (Abb. 1a) und der Elementarstrahlen, die von Elektronen mit tangentialer Anfangsgeschwindigkeit herrühren (Abb. 1c). Die Gesamtheit der von einem Kathodenpunkt ausgehenden Elementarstrahlen bildet ein Elementarstrahlbündel, das den von diesem Kathodenpunkt ausgehenden Hauptstrahl umschlingt.

Aus Abb. 1c geht hervor, daß die mit einer Anfangsenergie  $U_0 > E_0 r_0$  tangential aus der Kathode austretenden Elektronen durch das Kathodenfeld nicht mehr fokussiert werden. Auf diese Elektronen wirken die Potentialflächen am Rande des Feldes wie ein Elektronenspiegel, der sie in Richtung auf die Kathode

<sup>1</sup> Im Gegensatz hierzu schließt H. Moss [9] aus Messungen, die sich über einen größeren Bereich von  $U_{st}$  erstrecken, auf

eine Abhängigkeit entsprechend einer 7/2-Potenz. Vermutlich wurden bei diesen Messungen die Grenzen der hier entwickelten Theorie überschritten.



ektiert. Im übrigen zeigen die Bahnkurven deutlich Wirkung sphärischer und chromatischer Abbildungsfehler, die sich besonders bei den Randstrahlen merkbar machen. Wie noch näher dargelegt wird, nimmt jedoch die Strahlintensität von der Mitte zum Rand hin stark ab. Es ist daher durchaus sinnvoll, zunächst eine Theorie der achsennahen Strahlen zu entwickeln und die Linsenfehler, soweit erforderlich, in Form von Korrekturen zu berücksichtigen.

#### b) Feld mit Raumladung.

Abb. 2 bringt eine Gegenüberstellung der Felder für das statische Feld (gestrichelte Kurven entsprechend Gl. (1)) und das Feld mit Raumladung (ausgezogene Kurven entsprechend Gl. (4)), und man erkennt, daß sich im Vergleich zum statischen Feld bei Raumladung die Potentialflächen in der Nähe der Kathode weiter voneinander entfernen, in größerer Entfernung jedoch wieder zusammendrängen. In die Abbildung sind je zwei achsennahe Hauptstrahlen  $HS$  und Elementarstrahlen  $ES$  eingetragen, wobei die ausgezogenen Bahnen wieder zum Feld mit Raumladung, gestrichelten Bahnen zum statischen Feld gehören. Eine Bahn, die von dem Kathodenpunkt  $r = r_0$  ausgeht, wird von einem Elektron mit der Anfangsgeschwindigkeit Null beschrieben. Sie wurde als achsennahe Bahn mit dem Ausgangspunkt  $r = r_0/20$  berechnet, worauf alle Ordinaten mit dem Faktor 20 multipliziert wurden. Die andere Bahn, die im Kathodenmittelpunkt beginnt, entspricht einem tangential austretenden Elektron der Austrittsenergie  $= 0,1 E_0 r_0$  ohne Raumladung bzw.  $U_0 = 0,1 E_0 r_0$  mit Raumladung. Die Bahnkurven wurden ihrem Anfangsteil mit Hilfe einer Reihenentwicklung berechnet, dann wie achsennahe Bahnen unter Verwendung der numerischen Methode von GANS [10] weitergeführt.

Es zeigt sich, daß die Raumladung die sammelnde Wirkung des Kathodenfeldes unterstützt. Liegen bei statischem Feld die Achsenschnittpunkte des Hauptstrahles und des Elementarstrahles im Abstand  $3,2 r_0$  bzw.  $6,4 r_0$  von der Kathode, so betragen diese Abstände bei Raumladung nur noch  $2,25 r_0$  bzw.  $3,7 r_0$ . Das nächste Ziel ist nun, die in Abb. 2 dargestellten Bahnkurven über das Kathodenfeld hinaus fortzuführen. Zuvor dürfte es jedoch zweckmäßig sein, einige allgemeine elektronenoptische Gesetzmäßigkeiten, die für das Elektronenbündel gültig sind, zu erörtern.

#### Die elektronenoptischen Eigenschaften der Triodensysteme.

Wir denken uns die Bahnkurven der Abb. 2 über die Anode hinaus in den feldfreien Raum hinein fortgeführt und setzen nach DOSSE [1] das Elektronenbündel in der in Abb. 3 angedeuteten Weise aus Haupt- und Elementarstrahlen zusammen. Jeder Hauptstrahl verläuft schlauchförmig von einem Elementarstrahl umgeben. Die Gesamtheit der von allen Kathodenpunkten  $r = r_0$  ausgehenden Hauptstrahlen bildet im feldfreien Raum das kegelförmige Hauptstrahlenbündel mit dem Öffnungswinkel  $2\alpha$ . Jedes Elementarstrahlbündel führt ebenfalls zu einem Strahlenkegel mit dem Öffnungswinkel  $2\beta$ . In der Regel ist  $\beta \ll \alpha$ . Das reelle Kathodenbild vom Radius  $\bar{r}_B$  ist dann größer als der reelle Brennfleck  $\bar{r}_F$  vom Radius  $\bar{r}_F$  und

befindet sich im Raum zwischen Brennfleck und Anode. Gewöhnlich ist ein in der Nähe des reellen Brenn-

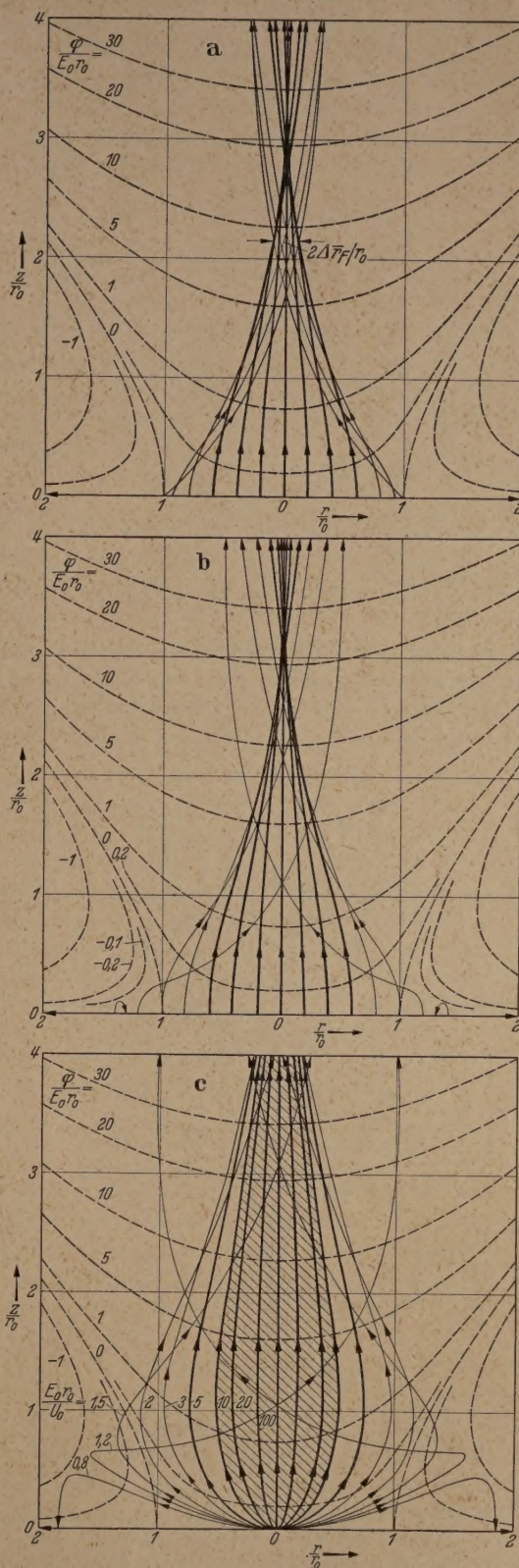


Abb. 1a—c. Elektronenbahnen im statischen Kathodenfeld; a) Anfangsgeschwindigkeit Null (sog. Hauptstrahlen); b) normalgerichtete Anfangsgeschwindigkeit (Elektronenenergie  $U_0 = 0,1 E_0 r_0$ ); c) tangential gerichtete Anfangsgeschwindigkeit (sog. Elementarstrahlen).

fleckes (Radius  $\bar{r}_F$ ) befindlicher Querschnitt Gegenstand der Abbildung durch die Elektronenoptik, welche sich aus dem Feld des Erzeugungssystems und aus







bt sich z.B.  $U_T \approx 0,1$  Volt, für Wolframkathoden  $T = 2300^\circ \text{K}$  ist  $U_T \approx 0,2$  Volt. Nun folgt aus (11), daß in einem bestimmten Querschnitt eines nentarbündels, z.B. im Brennfleck  $F$ , in dem sich Elementarbündel kreuzen, die Achsenabstände  $r$  Elektronen zu  $\sqrt{U}$  proportional sind. In obiger chung können wir also z.B.  $C_1 dU$  durch  $C_2 \pi dr^2$   $2\pi r dr$  ersetzen, in der  $C_2$  eine andere Konstante utet. Weiter ist  $j(r) = \frac{di}{2\pi r dr}$  die Stromdichte in Entfernung  $r$  von der Achse, die mithin nach der chung

$$j(r) = C_2 e^{-U(r)/U_T}$$

der Anfangsenergie  $U$  der Elektronen abhängig ist. raus kann man schließen, daß die Stromdichte im anfleck für  $U(r) = 3 U_T$  auf 5% ihres Wertes auf Achse abgesunken ist. Den zu diesem Energie-ag gehörenden Achsenabstand definiert Dosse als anflekradius  $r_F$ , so daß wegen der Proportionalität chen  $U(r)$  und  $r^2$  für die Stromdichteverteilung im anfleck die Gleichung

$$j_F(r) = j_{F0} e^{-3(r/r_F)^2}, j_{F0} = \frac{3 i_a}{\pi r_F^2} \quad (13)$$

tiert. Die Konstante  $j_{F0}$  ist der Höchstwert der michte, der dadurch bestimmt ist, daß das Inte- über die ganze Querschnittsfläche die Strom- ke  $i_a$  liefern muß. Die angegebene Definition von at sich in der Praxis gut bewährt und wird des- hier beibehalten. Hinsichtlich  $\beta$  bedeutet diese ssetzung, daß in Gl. (11)  $U_0 = 3 U_T$  zu setzen ist. it wird

$$\beta = \frac{1}{V} \sqrt{\frac{3 U_T}{U_a}} \quad (14)$$

Abb. 3 liest man ferner ab

$$\alpha = r_0/f \quad (15)$$

weiter die Proportion  $r_F/\beta = r_B/\alpha$ . Wegen  $r_B/r_0$  ergibt dies zusammen mit Gl. (14)

$$r_F = f \sqrt{\frac{3 U_T}{U_a}} \quad (16)$$

erhält nach LAW das bemerkenswerte Resultat, der Brennflekradius der mittleren thermischen tronengeschwindigkeit proportional ist. DOSSE z zusätzlich die Proportionalität zur Brennweite  $f$ . Von der bei  $z = z_a$  gelegenen Anode haben der anfleck, das virtuelle Kathodenbild und die Haupt- ne die Abstände (vgl. Abb. 3)

$$z_F - z_a = -\frac{r_a}{r_0} f, \quad (17)$$

$$z_B - z_a = \frac{r_F}{\beta} - (z_F - z_a) = \left( V - \frac{r_a}{r_0} \right) f, \quad (18)$$

$$z_H - z_a = -\left( 1 + \frac{r_a}{r_0} \right) f. \quad (19)$$

iesen Gleichungen bedeutet  $r_a$  den Radius des ptstrahlenbündels für  $z = z_a$ .

Zum Schluß noch einige Bemerkungen über den Ein- der Linsenfehler. Diese treten vorwiegend in der e der Kathode in Erscheinung und wirken sich auf elektronenoptischen Daten in verschiedener Weise . Der chromatische Fehler (Abb. 1b u. c) macht sich kleiner Steuerspannung bzw. kleinem Radius  $r_0$  erklarbar und verändert  $r_B$  und  $\beta$ . Der sphärische ler (Abb. 1a) hingegen tritt bei großer Steuerspan-

nung bzw. großem Radius  $r_0$  hervor und beeinflusst  $r_F$  und  $\alpha$ . Wir beschränken uns im folgenden auf die Abschätzung der Größenordnung des sphärischen Fehlers, für den man aus Abb. 1a den Betrag  $\Delta r_F = 0,1 r_0$  ablesen kann. Etwa die gleiche Unschärfe erzeugt ein Elementarbündel, das von Elektronen mit Austrittsenergien  $U_0 = 0,005 E_0 r_0$  gebildet wird. Setzt man wieder  $U_0 = 3 U_T$ , so liefert Gl. (16) für die Unschärfe im virtuellen Brennfleck den Ausdruck

$$\Delta r_F = f \sqrt{0,005 E_0 r_0 / U_a}. \quad (20)$$

Dieser Betrag kommt zu  $r_F$  hinzu. Nun ist die Stromdichte sowohl über  $r_F$  als auch über  $\Delta r_F$  etwa nach einer GAUSSschen Fehlerkurve verteilt. Die Vereinigung dieser beiden Verteilungen gibt wieder eine GAUSSschen Fehlerkurve. Nach den Regeln der Fehlerrechnung ist die pythagoräische Addition anzuwenden und man erhält für den Radius einschließlich des sphärischen Fehlers

$$r_F = f \sqrt{(3 U_T + 0,005 E_0 r_0) / U_a}. \quad (20a)$$

Diese Formel gilt für das statische Feld, aber auch bei Raumladung dürfte sich für  $\Delta r_F$  etwa die gleiche Größenordnung ergeben, wie man auf Grund der Gegenüberstellung der Feldbilder mit und ohne Raumladung in Abb. 2 vermuten kann.

### 5. Die Stromdichte in verschiedenen Querschnitten des Bündels, Berechnung des Richtstrahlwertes.

Unter der Voraussetzung gleicher Verteilungsfunktionen würde sich die Stromdichte in verschiedenen Achsenpunkten umgekehrt wie die zugehörigen Strahlquerschnitte verhalten. Nun ist die Stromdichte auf der Kathode durch die Verteilungsfunktion (5) gegeben, für die Stromdichte im Brennfleck erhalten wir dagegen die Funktion (13). In beiden Fällen ergeben sich Glockenkurven, die sich äußerlich nicht allzusehr unterscheiden, so daß bei der Berechnung der Stromdichte in verschiedenen Querschnitten nur verhältnismäßig geringfügige Korrekturen angebracht werden müssen. Mit Hilfe der Gl. (7), (13) und (15) findet man z.B. für die Stromdichte im Brennfleck

$$j_{F0} = 1,2 j_0 \left( \frac{r_0}{r_F} \right)^2 = 0,4 j_0 \alpha^2 \frac{U_a}{U_T}. \quad (21)$$

Der Korrektionsfaktor beträgt in diesem Falle 1,2. Andererseits kann man annehmen, daß die Stromdichteverteilungen im virtuellen Kathodenbild und auf der Kathode übereinstimmen. Dann ist die Korrektion entbehrlich und man erhält unter Verwendung der Gl. (14)

$$j_{E0} = \frac{j_0}{V^2} = j_0 \beta^2 \frac{U_a}{3 U_T}. \quad (22)$$

Da sich hiernach die für andere Querschnitte in Frage kommenden Korrektionsfaktoren nicht wesentlich von 1 unterscheiden, können wir nach dem Vorgang von Dosse auch überschlägig annehmen, daß die Stromdichte sowohl in den Elementarbündeln als auch in dem Bündel der Hauptstrahlen in allen Querschnitten nach Art einer GAUSSschen Fehlerkurve verteilt ist. Dann ist es aber möglich, den Radius des resultierenden Bündels unter Anwendung der für Fehlerkurven gültigen pythagoräischen Addition aus den Radien der Einzelbündel herzuleiten. Für den Öffnungswinkel des resultierenden Elektronenbündels, das sich aus Hauptstrahlen und Elementarbündeln zusammen-



setzt, erhält man so

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (23)$$

und für den aus den Radien  $r_\alpha$  und  $r_\beta$  resultierenden Radius  $r_\gamma$  (vgl. Abb. 4)

$$r_\gamma = \sqrt{r_\alpha^2 + r_\beta^2}. \quad (24)$$

Wendet man nun diese Formel auf verschiedene Querschnitte des Bündels an, so ist es möglich, die ungefähre Begrenzungskurve des Elektronenbündels Punkt für Punkt zu konstruieren (vgl. Abb. 4). Dabei ergibt sich, daß das Elektronenbündel in der Umgebung des Brennflecks die Gestalt eines Rotationshyperboloids besitzt. Der kleinste Schnittkreis durch diesen Körper definiert den kleinsten Querschnitt des Bündels. Sein Radius  $r_M$  und die Lagekoordinate  $z_M$  seines Mittelpunktes (Abb. 4) sind gegeben durch

$$\frac{1}{r_M^2} = \frac{1}{r_B^2} + \frac{1}{r_F^2},$$

$$z_M = z_F + \frac{z_B - z_F}{1 + (r_B/r_F)^2}. \quad (25a, b)$$

Da  $r_F$  zu  $\beta$  proportional ist,  $r_B$  andererseits zu  $\alpha$ , so ergibt sich, daß nur für  $\beta^2 \ll \alpha^2$  der kleinste Querschnitt mit dem Brennfleck vom Radius  $r_F$  identisch

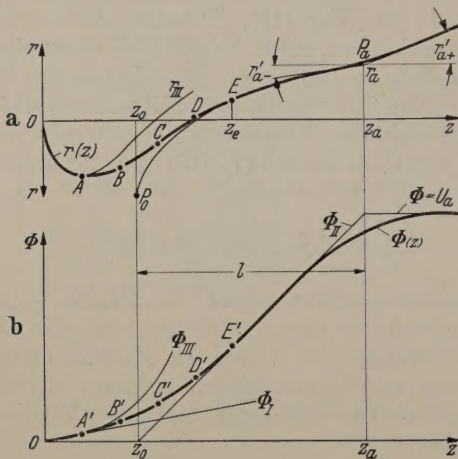


Abb. 5a u. b. Zur Bestimmung der Bahnkurven; a Elektronenbahn; b Potentialverlauf auf der Achse.

ist. Diese Voraussetzung trifft im allgemeinen zu, lediglich in der Nähe des Einsatzpunktes sind Abweichungen von dieser Regel zu erwarten. Da sich der kleinste Querschnitt hiernach meist in der Nähe des Brennflecks befindet, so kann man annehmen, daß die Verteilungsfunktionen über  $r_F$  und  $r_M$  nahezu übereinstimmen. Analog zu Gl. (21) gilt daher angenähert

$$j_{M0} = 1,2 j_0 \left( \frac{r_0}{r_M} \right)^2 = 0,4 j_0 \gamma^2 \frac{U_a}{U_T}. \quad (26)$$

Andererseits gibt LANGMUIR für die Stromdichteverteilung im kleinsten Querschnitt unter der Voraus-

setzung idealer Abbildung, örtlich konstanter Kathodenstromdichte und Vernachlässigung der Raumladung die strenge Formel an

$$j = j_0 \left( \frac{U_a}{U_T} + 1 \right) \sin^2 \alpha.$$

Unsere Gl. (21) bzw. (26) gelten demnach für den praktisch wichtigen Sonderfall  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $U_a \gg U_T$  und berücksichtigen die Ungleichförmigkeit der Kathodenstromdichte (Faktor 0,4).

Von besonderem Interesse ist schließlich der Zusammenhang

$$\alpha r_F = \beta r_B = \gamma r_M = r_0 \sqrt{\frac{3 U_T}{U_a}}, \quad (27)$$

den man leicht aus den Beziehungen (14), (15), (16) und (25a) herleiten kann. Man kann diese Beziehung dazu verwenden, um eine Formel für den von DOLAN eingeführten Richtstrahlwert

$$I = \frac{i_a}{\pi \alpha^2 \pi r_F^2} = \frac{i_a}{\pi \beta^2 \pi r_B^2} = \frac{i_a}{\pi \gamma^2 \pi r_M^2} \quad (28)$$

abzuleiten. Setzt man nämlich für  $i_a$  den Ausdruck ein, so erhält man aus Gl. (27) den mittleren Richtstrahlwert

$$I = \frac{1}{7,5 \pi} j_0 \frac{U_a}{U_T}, \quad (29)$$

wobei  $j_0$  durch Gl. (6) gegeben ist. Blendet man jedoch aus dem Elektronenbündel mit Hilfe einer materiellen Blende einen schmalen Strahlenkegel aus, so erhält man den 7,5mal größeren maximalen Richtstrahlwert

$$I_{max} = \frac{1}{\pi} j_0 \frac{U_a}{U_T}, \quad (30)$$

der sich unmittelbar aus der oben genannten LANGMUIRSchen Formel ergibt. Sowohl der maximale als auch der mittlere Richtstrahlwert hängen allein von der Anodenspannung, der Kathodentemperatur und der Kathodenstromdichte ab. Durch die Konstruktion kann der Richtstrahlwert nur insofern beeinflusst werden, als man dafür sorgen kann, daß der zulässige Wert der Kathodenstromdichte auch wirklich erreicht wird.

## 6. Ermittlung der Brennweite und der Vergrößerung an Bahnbestimmungen.

Zur Gewinnung von Zahlenwerten für die elektronenoptischen Daten, insbesondere für  $f$  und  $V$ , ist notwendig, die Bahnen je eines Haupt- und eines Elementarstrahles über das Kathodenfeld hinaus fortzusetzen. Wir beschränken uns dabei im Sinne der Abbildung auf solche Strahlen, die als achsennah bezeichnet werden können. Auch für diese Aufgabe hat sich die von LANGMUIR angegebene numerische Methode der Approximation der Bahnkurve durch eine Folge von Parabolstücken als besonders geeignet erwiesen.

Innerhalb des Kathodenfeldes kennen wir bereits die Elektronenbahnen (vgl. Abb. 2). Sie gelten allgemein für die verschiedensten Elektrodenformen und Potentialverhältnisse. Außerhalb des Kathodenfeldes ist es jedoch nötig, auf das in Teil I berechnete Axienpotential  $\Phi(z)$  zurückzugreifen. Dieses Potential hängt von den geometrischen Abmessungen und der Steuerspannung ab. Um den Rechenaufwand so weit als möglich einzuschränken, wurde folgender Weg eingeschlagen: Die Bahnbestimmungen werden auf den Bereich von  $\Phi(z)$  beschränkt, der zwischen der für das Kathodenfeld gültigen Näherungslösung  $\Phi_{III}(z)$  und der Tangente  $\Phi_{II}(z)$  liegt, wo



) in diesem Bereich durch einen gebrochenen Linienzug  $A'B'C'D'E'$  angenähert wurde (vgl. Abb. 5b). Der Anstieg des Potentials bedeutet homogenes Feld, in welchem die Elektronen Parabelbahnen beschreiben. An den Knickpunkten der Potentialkurve tritt zusätzlich eine Linsenwirkung auf, hervorgerufen durch die sprunghafte Änderung der Feldstärke an diesen Stellen. Ändert sich z.B. in einem Knickpunkt die Feldstärke von  $E$  auf  $E + \Delta E$ , so bewirkt dies nach den bekannten Formeln eine Richtungsänderung der Bahn tangente um den Betrag (Tangens = Winkel gesetzt)

$$r'_+ - r'_- = -\frac{r \Delta E}{4 \Delta \Phi},$$

in  $\Phi$  das Potential und  $r$  den Achsenabstand im Knickpunkt bedeutet. Bezüglich weiterer Einzelheiten der Methode sei auf die Originalarbeit [10] verwiesen. In der Nähe der Anode bei  $z = z_a$  vorhandene Krümmung der Potentialkurve (vgl. Abb. 5) ebenfalls durch eine Folge von Geraden zu ersetzen, lohnt sich nicht, an dieser Stelle die Elektronengeschwindigkeit so groß ist, daß trotz der großen Feldstärkeänderung nur eine mäßige Linsenwirkung auftritt. Für  $z = z_a$  hat man  $r = r_a$ ,  $\Phi = E_a$ ,  $\Delta E = -E_a$ . Daraus ergibt sich die Richtungsänderung der Bahnkurve an der Anode (Abb. 5a)

$$r'_a + - r'_a - = \frac{r_a}{4l}. \quad (31)$$

erhält ein positives Vorzeichen, woraus zu schließen ist, daß die Anode als Zerstreuungslinse wirkt.

Die Elektronenbahn setzt sich mithin aus folgenden Elementen zusammen (vgl. Abb. 5a): Der Bahn  $r = r_{III}(z)$  im Kathodenfeld, den Parabelbögen  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ , einer längeren Parabelbahn im homogenen Feld  $\Phi_{II}(z)$  und einer geradlinigen Bahn im feldfreien Raum. Extrapoliert man diese Parabelbahn, so geht man zu ihrem Scheitelpunkt  $P_0$ , dessen  $z$ -Koordinate mit dem Schnittpunkt  $z_0$  der Tangente  $\Phi_{II}(z)$  der Achse zusammenfällt. Daher kann man sich verrechnen, als sei der Punkt  $P_0$  Ausgangspunkt für die Elektronenbahn, die im homogenen Feld  $\Phi_{II}(z)$  verläuft und für  $z = z_a$  nach Berücksichtigung der Richtungsänderung (31) in eine geradlinige Bahn übergeht. Diese Eigenschaft der Bahnkurven setzt uns in der Lage, den Einfluß des Anodenortes zu eliminieren. Nehmen wir einmal an, daß die Bahnberechnung bis zum Punkt  $E$  (Abb. 5a) mit den Koordinaten  $r_e$  und dem Richtungstangens  $r'_e$  durchgeführt sei, dann berechnet sich die weitere Bahnkurve als Parabelbahn im homogenen Feld der Feldstärke  $E_a$ , und man erhält am Ort der Anode ( $z = z_a$ ) für den Achsenabstand der Bahn und den Anstieg der Bahntangente (Abb. 5a)

$$r_a = r_e + 2r'_e(z_e - z_0) \left[ \sqrt{l/(z_e - z_0)} - 1 \right], \quad (32)$$

$$r'_a = r'_e \sqrt{(z_e - z_0)/l}. \quad (33)$$

weiter wegen Gl. (31)

$$r'_{a+} = \frac{3}{2} r'_e \sqrt{\frac{z_e - z_0}{l}} - \frac{1}{2l} \left[ (z_e - z_0) r'_e - \frac{r_e}{2} \right]. \quad (34)$$

Es handelt es sich bei der untersuchten Bahn um den Randstrahl des Hauptstrahlenbündels (Abb. 3), so ist sowohl  $r_e$  als auch  $r'_e$  zu  $r_0$  proportional. Gl. (34) läßt sich dann unter Einfügung einer beliebigen Maßstabskonstanten, für die der Abstand  $s$  der Ersatzanode

ausgewählt wurde, in die Form

$$\alpha = \frac{r_0}{\sqrt{s}l} \left[ A_1 - A_2 \sqrt{\frac{s}{l}} \right] \quad (35)$$

bringen. Für ein Elementarstrahlenbündel hingegen sind  $r_e$  und  $r'_e$  zu  $\sqrt{3 U_T}$  proportional. Daher wird in diesem Falle mit dem zunächst willkürlichen Faktor  $s/R$

$$\beta = \frac{s}{R} \sqrt{\frac{3 U_T}{U_a}} \left[ B_1 - B_2 \sqrt{\frac{s}{l}} \right]. \quad (36)$$

Die Funktionen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  und  $B_2$  lassen sich aus den Bahnkurven elementar berechnen. Sie hängen von der reduzierten Steuerspannung  $u_{st}$  und den

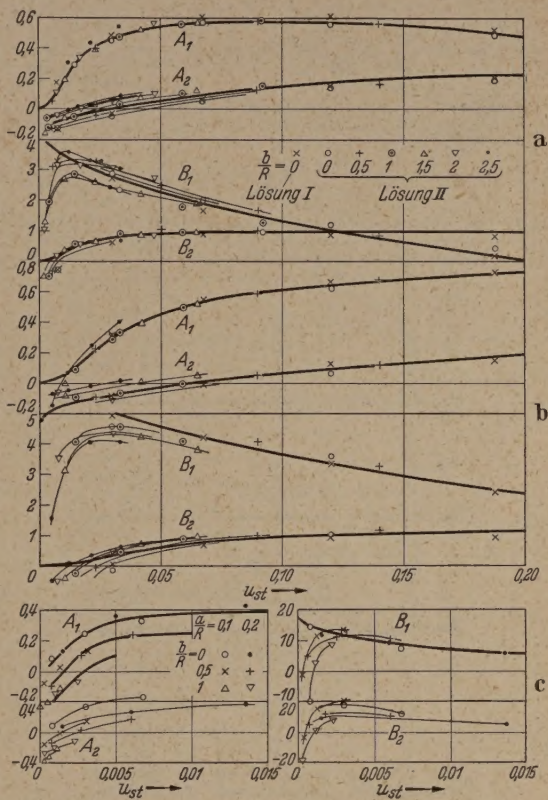


Abb. 6a—c. Verlauf der Funktionen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  und  $B_2$ :  
a System A, statisches Feld; b System A, Feld mit Raumladung;  
c System B, statisches Feld.

WEHNELT-Abmessungen, nicht aber von der Feldlänge  $l$  ab. Den Übergang von den Gl. (35) und (36) zur Brennweite und der Vergrößerung vollziehen wir mit Hilfe der Gl. (14) und (15) und erhalten

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\sqrt{s}l} \left[ A_1 - A_2 \sqrt{\frac{s}{l}} \right], \quad (37)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{s}{R} \left[ B_1 - B_2 \sqrt{\frac{s}{l}} \right]. \quad (38)$$

Zahlenwerte für die Funktionen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  und  $B_2$  sind in Abb. 6 für den praktisch interessierenden Bereich der Parameter aufgetragen und zwar bei System A sowohl für das statische Feld als auch für das Feld mit Raumladung. Die Werte für System B beschränken sich jedoch auf das statische Feld. Jeder eingetragene Punkt ist das Ergebnis einer Bahnbestimmung. Die Genauigkeit des angewandten Rechenverfahrens entspricht etwa der Streuung dieser Punkte, wie durch Kontrollrechnungen nach einem anderen Verfahren bestätigt wurde. Als sich herausstellte, daß die eingetragenen Punkte im wesentlichen einen geschlossenen



Linienzug bilden, wurde versucht, den Kurvenverlauf durch elementare Funktionen von  $u_{st}$  anzunähern

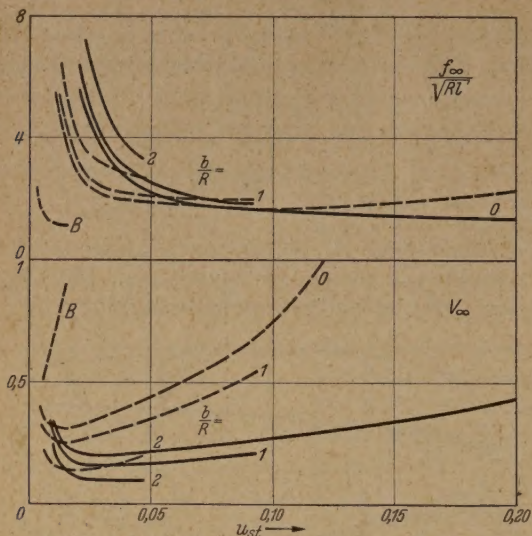


Abb. 7. Brennweite und Vergrößerung für unendlich große Feldlänge ( $l \gg s$ ). Die Kurven  $B$  gelten für System  $B$ , alle übrigen für System  $A$ . Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf das Feld mit Raumladung, die gestrichelten auf das statische Feld.

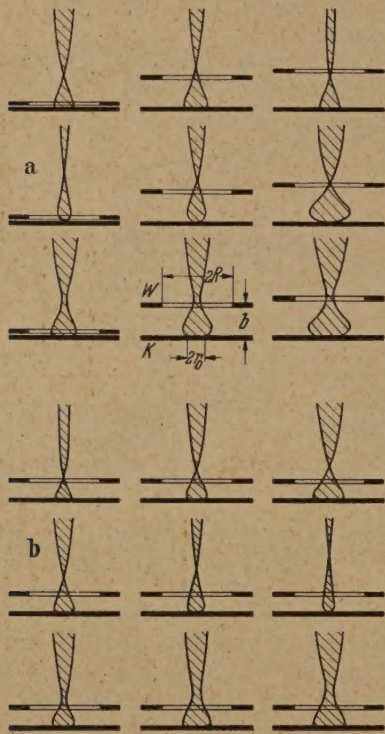


Abb. 8a u. b. Form des Hauptstrahlenbündels (obere Reihe), des Elementarbündels (Mitte) und des resultierenden Elektronenbündels (untere Reihe) im Feld mit Raumladung;  $a$  veränderlicher WEHNELT-Abstand ( $b=0$ ;  $R$  u.  $2R$ ;  $s=\text{const.}$ ;  $r_0=0,3s$ ;  $U_0=10^{-3} E_0 s$ );  $b$  veränderlicher Radius  $r_0$  des emittierenden Gebietes (von links nach rechts:  $r_0=0,2s$ ;  $0,3s$  und  $0,4s$ ;  $U_0=10^{-3} E_0 s$ ).

(stark ausgezogene Kurven in Abb.6). Dabei ergab sich folgendes Resultat:

System  $A$  ohne Raumladung für  $u_{st} > 0,01$ :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0,6 \frac{u_{st}^2 (1 - 125 u_{st}^4)}{2,5 \cdot 10^{-4} + u_{st}^2}, \\ B_1 &= 4,5 - 10 \sqrt{u_{st}}, \\ A_2 &= (-0,17 + \sqrt{u_{st}}) (1 - 125 u_{st}^4), \\ B_2 &= \frac{u_{st}}{2,5 \cdot 10^{-4} + u_{st}^2} \end{aligned} \right\} \quad (39a, b)$$

System  $A$  mit Raumladung für  $u_{st} > 0,02$ :

$$A_1 = 0,6 \frac{u_{st}^2 (1 + 1,3 u_{st})}{10^{-3} + u_{st}^2}, \quad (41a)$$

$$B_1 = 6,8 - 10 \sqrt{u_{st}},$$

$$A_2 = -0,25 + \sqrt{u_{st}},$$

$$B_2 = \frac{1,2 u_{st}}{2,5 \cdot 10^{-3} + u_{st}^2}, \quad (42a)$$

System  $B$  ohne Raumladung für  $u_{st} > 0,003$ :

$$A_1 = 0,4 \frac{u_{st}^2}{5 \cdot 10^{-6} + u_{st}^2} - 0,25 \frac{b}{R}, \quad (43a)$$

$$B_1 = 17 - 100 \sqrt{u_{st}}.$$

Die berechneten Werte zeigen für kleine  $u_{st}$ , daß die sich der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit stark bemerkbar macht, erhebliche Abweichungen von den Ausgleichsformeln. Daher kennzeichnen die bei den Formeln angegebenen unteren Grenzen für  $u_{st}$  den Bereich, in dem die Theorie überhaupt anwendbar ist. Die Streuung der Werte in bezug auf die Ausgleichskurven ist bei System  $B$  größer als bei System  $A$ , was zum Teil mit größeren Ungenauigkeiten bei der Bahnbestimmung zusammenhängt. Aus diesem Grunde wurde bei System  $B$  auf die Angabe von Faustformeln für  $A_2$  und  $B_2$  verzichtet. Anscheinend ist auch bei System  $B$  ein systematischer Einfluß des WEHNELT-Abstandes vorhanden. Ein solcher Einfluß ist bei System  $A$  nicht erkennbar. Die Einfügung der zunächst willkürlichen Größen  $s$  bzw.  $s/R$  in Gl. (35) und (36) findet jetzt nachträglich ihre Rechtfertigung. Die Faktoren enthalten die Abhängigkeit vom WEHNELT-Abstand, während die Funktionen  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  und  $B_2$  bei System  $A$  allein von  $u_{st}$  abhängen. Es fällt auf, daß die Größen  $A_2$  und  $B_2$  im allgemeinen kleiner sind als  $A_1$  und  $B_1$ . Dies hat zur Folge, daß der zweite Summand in den Klammerausdrücken der Gl. (37) und (38) meist vernachlässigt werden kann, da uns vorwiegend der Sonderfall  $s \ll l$  interessiert. Unter der Voraussetzung  $s \ll l$  hat man also mit guter Annäherung

$$f = f_\infty = \frac{\sqrt{s l}}{A_1(u_{st})}, \quad V = V_\infty = \frac{R}{s B_1(u_{st})}. \quad (44a)$$

Diese Vereinfachung ermöglicht eine übersichtliche graphische Darstellung von  $f$  und  $V$  als Funktion der reduzierten Steuerspannung. Abb.7 zeigt die Zusammenhänge für System  $A$  bei den WEHNELT-Abständen  $b/R = 0; 1$  und  $2$ , und zwar mit Raumladung (ausgezogene Kurven) und ohne Raumladung (gestrichelte Kurven). Ferner sind noch mit  $B$  bezeichnete Kurvenstücke eingetragen, die sich auf System  $B$  für  $a=0,2$  und  $b=0$  beziehen. Es ergibt sich, daß bei System  $B$  die Brennweite für nicht zu kleine Werte von  $u_{st}$  überschlägig konstant gleich  $f = 2\sqrt{s l}$  gesetzt werden kann. Für kleine Werte  $u_{st}$  zeigt  $f$  jedoch einen charakteristischen Anstieg, der von dem Feldanteil zwischen dem reellen Brennfleck und der Anode herrührt und stärker in Erscheinung tritt, wenn der Brennfleck, wie es für  $u_{st} \rightarrow 0$  der Fall ist, an die Kathode heranrückt. Der Abbildungsmaßstab  $V$  zeigt einen Anstieg für abnehmende sowohl als auch für zunehmende Werte von  $u_{st}$  (vgl. Abb.7). Dazwischen liegt ein Minimum, das einer Verkleinerung des Kathodenbildes auf den Bruchteil  $V \approx 0,3R/s$  ohne Raumladung bzw.  $V \approx 0,2R/s$  mit Raumladung entspricht. System  $B$  weist gegenüber System  $A$  gewisse Unterschiede auf. Die Brennweite



kleiner und der Abbildungsmaßstab ist größer als in System A. Auch wird ein konstanter Wert der Brennweite schon bei kleineren Werten von  $u_{st}$  erreicht. Einen Anhaltspunkt für die wahre Gestalt des Elektronenbündels gibt Abb. 8, in der die Strahlkonturen für System A bei 3 ausgewählten WEHNELTABständen maßstäblich eingetragen sind. Die (nicht gezeichnete) Kathode, deren genaue Form praktisch ohne Einfluß ist, läßt man sich in größerer Entfernung von der Kathode veranschaulicht zu denken. Abb. 8a gilt für das Feld mit Raumladung bei konstantem Abstand  $s$  der Ersatzkathode, konstanter mittlerer Anfangsenergie der Glühkathoden ( $U_0 = 10^{-3} E_a s$ ) und konstantem Radius des emittierenden Gebietes ( $r_0 = 0,3 s$ ). Man erkennt, daß sich die Strahlenbündel gegenüber einer Abstandsänderung der WEHNELTELEKTRODE recht verschieden verhalten. Während das Hauptstrahlenbündel (a) nur eine geringe Veränderung zeigt, nimmt der Radius des Elementarstrahlenbündels (b) mit wachsendem WEHNELTABSTAND beträchtlich zu. Trotzdem ist die Auswirkung auf das emittierende Bündel (c) gering, weil die Addition der Radien des Hauptstrahlenbündels und des Elementarstrahlenbündels nach dem Quadratwurzelgesetz (24) erfolgt. Die Abhängigkeit der Bündelform von der Größe des emittierenden Gebietes geht für das Feld mit Raumladung aus Abb. 8b hervor. Hier ist der WEHNELTABSTAND konstant ( $b = 0,5 R$ );  $r_0$  variiert jedoch von  $0,2 s$  bis  $0,4 s$ . Dabei nimmt der Radius des Hauptstrahlenbündels (a) zu, derjenige des Elementarstrahlenbündels (b) ab und der Durchmesser des gesamten Strahlenbündels (c) im allgemeinen zu. Gleichzeitig entfernt sich der kleinste Strahlquerschnitt von der Kathode. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit qualitativen Beobachtungen an Elektronenstrahlröhren, bei denen die Form des Elektronenbündels durch Leuchterscheinungen, die bei einer Edelgasfüllung von geringem Druck auftreten, sichtbar gemacht wurde [5].

Die auf den feldfreien Raum bezogenen Daten des Elektronenbündels.

Wichtiger als die Strahlkonturen, die im Hochvakuum ohnehin nicht unmittelbar beobachtet werden können, sind jedoch die Eigenschaften des Elektronenbündels im feldfreien Raum. Mit Hilfe der Funktionen  $A_1, A_2, B_1$  und  $B_2$  können jetzt auch hierüber Angaben gemacht werden. Da wir auch weiterhin die Voraussetzung  $s \ll l$  beibehalten wollen, benützen wir für  $f$  und  $V$  die Gl. (44a, b) und vernachlässigen im allgemeinen den Beitrag der Funktionen  $A_2$  und  $B_2$ . Diejenigen Gleichungen, welche die Größe  $r_0$  enthalten, können wir unter Anwendung der Gl. (3) so um, daß die reduzierte Steuerspannung  $u_{st} = U_{st}/E_a R$  als unabhängige Variable erscheint. Anstelle der mittleren thermischen Austrittsenergie  $U_T$  werden wir auch häufig die reduzierte Austrittsenergie  $u_T = U_T/E_a R$  verwenden. So erhält man z.B. aus den Gl. (35) und (36) für die halben Öffnungswinkel  $\alpha$  und  $\beta$  (Abb. 3) jetzt endgültig

$$\alpha = A_1 \sqrt{\frac{r_0}{s l}} = A_1(u_{st}) \sqrt{\frac{R}{G l} u_{st}}, \quad (45)$$

$$\beta = B_1 \sqrt{\frac{s}{R}} \sqrt{\frac{3 U_T}{U_a}} = B_1(u_{st}) \sqrt{\frac{3}{R l} u_T}. \quad (46)$$

Der Öffnungswinkel  $2\gamma$  des gesamten Elektronenbündels kann hieraus nach Gl. (23) berechnet werden.

Diese und die folgenden Formeln werden später im Zusammenhang diskutiert. Wir gehen daher sogleich zur Berechnung der Radien  $r_F$  und  $r_B$  über (Abb. 3), für die sich durch Umformung der Gl. (16) und wegen der Beziehung  $r_B = V r_0$  folgende Ausdrücke ergeben:

$$r_F = \frac{1}{A_1} \sqrt{s l \frac{3 U_T}{U_a}} = \frac{1}{A_1(u_{st})} \sqrt{R s 3 u_T}, \quad (47)$$

$$r_B = \frac{r_0 R}{B_1 s} = \frac{1}{B_1(u_{st})} \sqrt{\frac{R}{G s} u_{st}}. \quad (48)$$

Aus  $r_F$  und  $r_B$  erhält man sodann mit Hilfe von Gl. (25a) den Radius  $r_M$  des kleinsten Querschnittes des Elektronenbündels. Weiterhin stehen zur Berech-

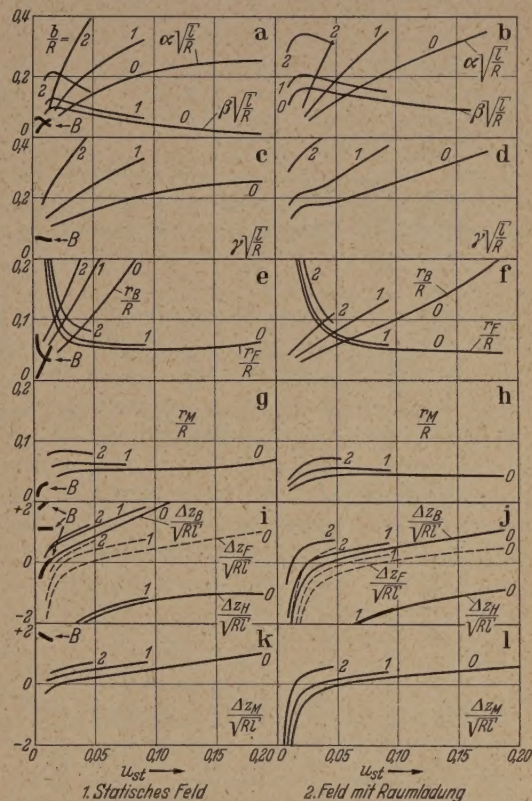


Abb. 9. Die auf den feldfreien Raum bezogenen Daten des Elektronenbündels als Funktion der reduzierten Steuerspannung für  $u_0 = 3 U_T/E_a R = 10^{-2}$ . Die Kurven B gelten für System B, alle übrigen für System A.

nung der  $z$ -Koordinaten des virtuellen Brennfleckes  $F'$ , des virtuellen Kathodenbildes  $B$  und der Hauptebene  $H$  die Gl. (17) bis (19) zur Verfügung. Der darin auftretende Faktor  $r_a f/r_0$  ergibt sich aus Gl. (32). Wenden wir diese Gleichung auf das Hauptstrahlenbündel an, indem wir die Konstanten durch  $A_1$  und  $A_2$  ausdrücken, so wird

$$\frac{r_a}{r_0} f = \frac{4}{3} l - \frac{8}{3} A_2 f. \quad (49)$$

Wir führen nun die Abkürzung ein

$$z_{F0} = z_a - \frac{4}{3} l \quad (50)$$

und erhalten durch Einsetzen von Gl. (49) in die Gl. (17) bis (19)

$$z_F = z_{F0} + \Delta z_F, \quad \Delta z_F = \frac{8}{3} A_2 f, \quad (51a, b)$$

$$z_B = z_{F0} + \Delta z_B, \quad \Delta z_B = \left( \frac{8}{3} A_2 + V \right) f, \quad (52a, b)$$

$$z_H = z_{F0} + \Delta z_H, \quad \Delta z_H = \left( \frac{8}{3} A_2 - 1 \right) f. \quad (53a, b)$$



Die durch Gl. (50) definierte Koordinate  $z_{F0}$  kann zur überschlägigen Berechnung der Lage des Brennfleckes benutzt werden, wobei die Feldlänge  $l$  nach I, Gl. (19) an sich noch etwas von  $u_{st}$  abhängig ist. Stärker ist aber der Einfluß von  $u_{st}$  auf die Größen  $\Delta z_F$ ,  $\Delta z_B$  und  $\Delta z_H$ , weswegen auch ohne wesentlichen Fehler  $l$  als Konstante behandelt werden kann.

Eine graphische Darstellung vorstehender Beziehungen bringt Abb.9. Die Diagramme auf der linken

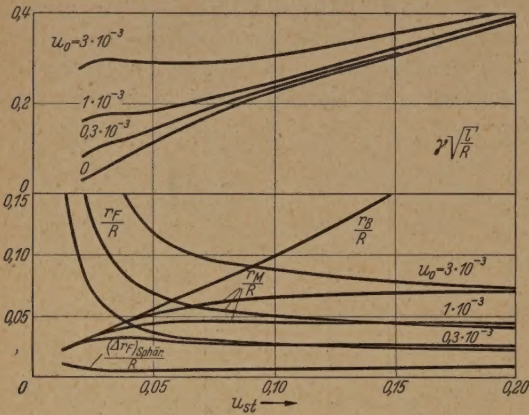


Abb.10. Einfluß der reduzierten Austrittsenergie  $u_0 = 3 u_T = 3 U_T / E_a R$  der Glühelctronen auf den Öffnungswinkel  $2 \gamma$  und die Radien  $r_B$ ,  $r_F$  und  $r_M$  für  $b = 0$  (Feld mit Raumladung).

Seite beziehen sich auf das statische Feld, diejenigen auf der rechten Seite auf das Feld mit Raumladung. Die Kurven gelten vorwiegend für System A mit den WEHNELtabständen  $b/R = 0; 1$  und  $2$ . Nur die mit B bezeichneten kurzen Kurvenstücke in den linken Diagrammen gehören zu System B und entsprechen den Abmessungen  $a = 0,2 R$  und  $b = 0$  (vgl. I, Abb.7). Die Länge der Kurven ist so gewählt, daß für System A

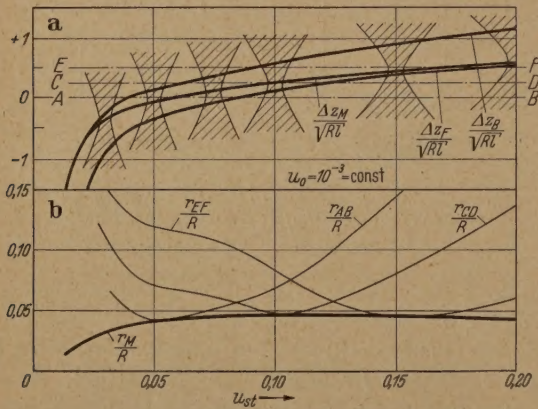


Abb. 11a u. b. Lage des kleinsten Querschnittes des Elektronenbündels als Funktion der reduzierten Steuerspannung; a relative Lage der z-Koordinaten der Bündelquerschnitte bei B, F und M (vgl. Abb.4); b die Strahlradien in den Schnittebenen AB, CD und EF.

der Endpunkt dem Radius  $r_0 = 0,5 s$  des emittierenden Gebietes entspricht. Für die Kurven B gilt im Endpunkt entsprechend  $r_0 = 0,3 a$ .

In den Diagrammen a bis d sind die halben Öffnungswinkel des Elektronenbündels aufgetragen. Zu ihrer Berechnung wurden die Feldkonstanten der Tabelle in I, S. 446 entnommen, die Werte für  $A_1$  und  $B_1$  der Abb.6.  $\beta$  hängt nach (Gl. 46) noch von der mittleren reduzierten Austrittsenergie der Elektronen ab, für die der Wert  $3 u_T = 10^{-3}$  zugrunde gelegt wurde.

Die Abbildungen zeigen deutlich, daß der Öffnungswinkel  $2\alpha$  des Hauptstrahlenbündels in Abhängigkeit

von  $u_{st}$  zunimmt, während gleichzeitig der Öffnungswinkel  $2\beta$  der Elementarbündel abnimmt. Der nach Gl. (46) aus  $2\alpha$  und  $2\beta$  resultierende Öffnungswinkel  $2\gamma$  des gesamten Strahlenbündels, der allein experimentell beobachtet werden kann, nimmt jedoch mit steigender Steuerspannung gleichmäßig zu. Die Raumladung wirkt vor allem auf den Öffnungswinkel  $2\beta$ , weniger stark auf den Öffnungswinkel  $2\alpha$  (rechte Diagramme).

Die Diagramme e bis h zeigen das Verhalten von  $r_F$  und  $r_B$ , sowie des nach Gl. (25a) berechneten kleinsten Radius  $r_M$  des gesamten Elektronenbündels. Im Kurvenverlauf von  $r_F$  spiegelt sich der Gang der Brennweite  $f$ , der in Abb.7 dargestellt ist, wieder. Überraschend ist das Ergebnis, daß  $r_F$  für  $u_{st} \rightarrow 0$  stark ansteigt. Gleichzeitig nimmt jedoch  $r_B$  kontinuierlich ab und der kleinste Strahlquerschnitt  $r_M$  erweist sich für ein verhältnismäßig großes Intervall von  $u_{st}$  als angenähert konstant. Dies ist auch der Grund, warum die Helligkeitssteuerung mit der WEHNELtelektrode die Größe des Brennfleckes in der BRAUNschen Röhre nur verhältnismäßig wenig beeinflusst, sofern die Hauptabbildungslinse so eingestellt ist, daß auch wirklich der kleinste Strahlquerschnitt auf dem Leuchtschirm erscheint. Auf das abweichende Verhalten bei konstanter Einstellung der Abbildungslinse werden wir bei der Besprechung der Abb. 11 zurückkommen. Aus den Diagrammen e bis h geht auch klar hervor, daß man bei System A den kleinsten Leuchtfleck erhält, wenn sich die WEHNELtelektrode in möglichst geringem Abstand von der Kathode befindet.

Schließlich sind die z-Koordinaten des Brennfleckes des virtuellen Kathodenbildes und der Hauptebene in den Diagrammen i bis l aufgetragen. Alle 3 Koordinaten verlagern sich mit zunehmender Steuerspannung in Richtung von der Kathode zur Anode hin. Dieser im allgemeinen unerwünschte Effekt ist bei allen in Frage kommenden WEHNELtabmessungen in etwa gleicher Größe vorhanden. Durch die Raumladung wird er etwas abgeschwächt.

Bisher wurden die Kurven für System B nicht besonders erwähnt. Wir holen dies jetzt nach und stellen fest, daß System B bei geringerer Steuerspannung einen kleineren Öffnungswinkel und einen kleineren Radius  $r_M$  liefert. Auch aus diesen Kurven geht hervor, daß System B zur Erzeugung von Elektronenbündeln mit kleinstem Ausgangsquerschnitt bei allerdings geringem Strahlstrom geeignet ist.

Die Diagramme der Abb. 9 gelten nur für eine bestimmte reduzierte Austrittsenergie, nämlich  $u_0 = 3 u_T = 10^{-3}$ . Den Einfluß dieser Größe auf  $\gamma$  und  $r_M$  kann man der Abb.10 entnehmen. Die Kurven gelten für den konstanten WEHNELtabstand  $b = 0$ ;  $u_0$  variiert von  $0,3 \cdot 10^{-3}$  bis  $3 \cdot 10^{-3}$ . Es ergibt sich, daß  $r_B$  durch  $u_T$  nicht beeinflusst wird,  $\gamma$  und  $r_F$  bzw.  $r_M$  nehmen jedoch mit steigenden Werten  $u_T$  zu. Interessant ist, daß  $\gamma$  bei starkem Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit z. B. bei geringer Anodenspannung, in einem größeren Intervall von  $u_{st}$  nahezu konstant bleibt.

In den meisten Fällen wird der Querschnitt mit dem Radius  $r_M$  durch eine nachfolgende Abbildungslinse auf einen Leuchtschirm abgebildet. Zur Erzielung größter Fleckschärfe müßte die Brechkraft der Linse in Abhängigkeit von der Steuerspannung ständig nachgeregelt werden, da die Lage des kleinsten Querschnittes des Bündels, wie wir gesehen haben, von der



Steuerspannung abhängig ist. Wird aber immer der gleiche Querschnitt abgebildet, so fällt der Leuchtfleck in einem bestimmten Bereich der WEHNELTspannung merklich größer aus. Diese Eigenschaft des Erzeugungssystems wird durch Abb. 11 veranschaulicht. Das obere Diagramm stellt im wesentlichen eine Wiederholung der Diagramme  $j$  und  $l$  in Abb. 9 für  $b = 0$  dar. Außerdem sind an verschiedenen Stellen der Kurven die Konturen des Bündels in der Umgebung des kleinsten Querschnittes eingetragen, die mit Hilfe der Diagramme  $9f$  und  $h$  und der Gl. (25a, b) erhalten wurden. Den Radius des Bündels in den Ebenen  $AB$ ,  $CD$  und  $EF$  kann man unmittelbar dem Diagramm entnehmen. Trägt man diese Werte gegen die Steuerspannung auf, so erhält man Kurven, welche die Kurve für  $r_M$  tangieren. Die günstigste Einstellung der Linse, die gewöhnlich durch subjektive Beobachtung des Leuchtfleckes ermittelt wird, dürfte etwa der Ebene  $D$  entsprechen.

### 8. Folgerungen für die Dimensionierung der Strahlensysteme.

Die gefundenen Beziehungen eröffnen grundsätzlich die Möglichkeit, das Problem der Dimensionierung von Strahlensystemen auf theoretischem Wege zu lösen. In der Praxis dürfte jedoch eine halbempirische Methode schneller zum Ziele führen. Von einer bewährten Konstruktion ausgehend, wird man versuchen, die Abmessungen des Strahlensystems den jeweiligen Erfordernissen anzupassen. Welche Gesichtspunkte hierbei im einzelnen zu beachten sind, soll nun an einem Beispiel verdeutlicht werden.

Eine erste Orientierung über die Systemeigenschaften gibt der Richtstrahlwert. Nach Gl. (28) und (30) am letzten Endes die Kathodengüte ein Maß für die Leistungsfähigkeit eines Strahlensystems. Je größer die Kathodenstromdichte und je niedriger die Kathodenoperatortemperatur sein darf, ein desto größerer Strahlstrom kann bei vorgegebenen Werten der Anodenspannung, des Öffnungswinkels  $2\gamma$  und des kleinsten Strahlradius  $r_M$  erzielt werden. Besteht über die Kathodeneigenschaften Klarheit, so sind die Formeln für den Richtstrahlwert als Bedingungsungleichungen für den kleinsten erreichbaren Anodenstrom  $i_a$  aufzufassen. Nachdem, ob man den zentralen Teil des Elektronenbündels ausblenden oder das ganze Bündel verwenden will, ist für den Richtstrahlwert Gl. (29) oder (30) anzuwenden. Durch die Ausblendung wird zwar der Anodenstrom und der Öffnungswinkel des Elektronenbündels verringert, jedoch ist die Stromdichte im Leuchtfleck dann etwa 7,5mal größer als für ein Bündel gleichen Querschnittes, das ohne Zuhilfenahme einer Ausblendung erzeugt wird.

Einen weiteren Anhaltspunkt für die Dimensionierung liefert Gl. (7) oder (27), aus der die Größe des strahlenden Gebietes bestimmt werden kann. Damit ist die Größenordnung für den Abstand  $s$  der Ersatzkathode bereits im wesentlichen festgelegt. Denn einerseits ist die Bedingung  $r_0^2 \ll s^2$  zu beachten, die nicht nur die Grenzen der Theorie festlegt, sondern auch die Stärke des Einflusses der Linsenfehler bestimmt; andererseits darf die reduzierte Steuerspannung, die nach Gl. (3) mit  $r_0$  und  $s$  verbunden ist, nicht zu klein ausfallen, damit überhaupt ein divergentes Elektronenbündel entsteht (vgl. z.B. die bei Gl. (41a, b) erwähnte Bedingung  $u_{st} > 0,02$ ). Sofern keine ande-

ren Gesichtspunkte mitwirken, entscheidet der innerhalb dieser Grenzen angenommene Wert von  $s$  darüber, ob man die geforderten Strahleigenschaften vorteilhafter mit System  $A$  oder System  $B$  verwirklichen kann. System  $B$  kommt vor allem dann in Betracht, wenn  $s$  in der Größenordnung einiger Hundertstel mm liegt. Derart kleine Abstände lassen sich mit System  $A$  wohl kaum reproduzierbar verwirklichen, während System  $B$  beliebig kleine Werte  $s$  zuläßt, da  $s$  mit dem Radius der Kathodenkugel bzw. größenordnungsmäßig mit dem Drahtradius bei Benutzung einer Haarnadelkathode identisch ist. Wie bereits im Teil I ausgeführt wurde, besteht bei System  $B$  allerdings die Gefahr, daß die Kathodenfeldstärke bei falsch eingestellter WEHNELTspannung plötzlich um Größenordnungen ansteigt, wodurch die Glühkathode gefährdet wird, sofern nicht eine reine Metallkathode verwendet wird. Sind andererseits für  $s$  Werte von einigen Zehntel mm zulässig, so ist System  $A$  wegen seiner größeren Überlastungsfähigkeit im allgemeinen vorzuziehen. System  $A$  bietet auch Vorteile hinsichtlich der Kathodenjustierung, bei der eine geringere Präzision zulässig ist.

Die Wahl der übrigen Systemabmessungen richtet sich danach, ob größerer Wert auf ein schlankes Elektronenbündel oder auf einen kleinen Brennfleck gelegt wird. Im ersten Falle wird man nach Gl. (45) und (46) die Feldlänge  $l$  möglichst groß, im zweiten Falle wegen Gl. (47) möglichst klein ansetzen. Die WEHNELTabmessungen richten sich nach  $s$  und den weiteren Nebenbedingungen. Mit dem WEHNELTabstand  $b$  kann man vor allem die Einsatzspannung  $U_{w0}$ , gleichzeitig aber auch die erforderliche Steuerspannung  $U_{st}$  stark beeinflussen. Diese Spannungen dürfen häufig aus schaltungstechnischen Gründen einen gewissen Wert nicht überschreiten. Man erhält für  $U_{w0}$  und  $U_{st}$  verhältnismäßig große Werte bei kleinem WEHNELTabstand und umgekehrt kleine Werte bei großem WEHNELTabstand. Natürlich geht der Kathodenabstand auch in die Formeln für  $r_M$  ein, so daß es unter Umständen notwendig wird, die Feldlänge  $l$  nochmals zu korrigieren.

Obwohl es hiernach möglich ist, aus den geforderten Eigenschaften des Elektronenbündels die in Frage kommenden Abmessungen des Triodensystems der Reihe nach festzulegen, wird man sich vielfach damit begnügen, den Einfluß kleiner Maßänderungen des Strahlensystems auf das Elektronenbündel vorherzubestimmen. Zur Lösung dieser Aufgabe erscheint die vorliegende Theorie geeignet, da sie hierfür explizite Formeln zur Verfügung stellt. Ergänzt man diese Formeln durch experimentell ermittelte Korrekturen, so dürfte es möglich sein, die meisten in der Praxis anfallenden Dimensionierungsprobleme zu lösen.

### Zusammenfassung.

Im Anschluß an die vorangegangene Arbeit, in der das statische Feld der Triodensysteme allgemein und unter Zugrundelegung von 2 speziellen Ausführungsformen behandelt wurde, werden die Eigenschaften des Elektronenbündels mit den Hilfsmitteln der Elektronenoptik untersucht. Unter Anwendung der LANGMUIRSchen Raumladungsformel werden für die Stromstärke, die Stromdichte in verschiedenen Strahlquerschnitten und den Einfluß der Raumladung auf das Feldbild Näherungsformeln angegeben. Sowohl für



den Öffnungswinkel als auch für den kleinsten Querschnitt des Elektronenbündels liefert die Theorie geschlossene Ausdrücke, welche diese Größen mit den Systemabmessungen und den angelegten Spannungen verknüpfen. Aus den Resultaten ergeben sich verschiedene Folgerungen für die zweckmäßige Dimensionierung der Triodensysteme.

Literatur. [1] DOSSE, J.: Z. Phys. **115**, 530 (1940). — [2] LAW, R. R.: Proc. Inst. Radio Engr. **25**, 954 (1937). —

[3] PAEHR, H. W.: Z. Fernseh-AG. **1**, 153 (1939). — [4] GUNDELT, E.: Z. Techn. Phys. **24**, 267 (1943). — [5] PLOKE, M. Reichsber. f. Phys. **1**, 71 (1944). — [6] BORRIES, B. v. u. J. DOSSE: Arch. Elektrotechn. **32**, 221 (1938). — [7] THOMPSON, B. J. u. L. B. HEADRICK: Proc. Inst. Radio Engr. **28**, 318 (1940). — [8] SCHWARTZ, E.: Phys. Zeitschr. **44**, 54 (1943). — [9] MOSS, H.: J. B. I. R. E. **5**, 10 (1945) und **6**, 9 (1946). — [10] GANS, R.: Z. Techn. Phys. **18**, 41 (1937). — [11] SCHWARTZ, E., H. STRÜBIG u. H. W. PAEHR: Z. Fernseh-AG. **1**, 5 (1938).

Dr. MARTIN PLOKE,  
in Fa. Zeiss Ikon AG., Stuttgart-S., Dornhaldenstr. 5.

## Über die elektrische Leitfähigkeit und Durchschlagfestigkeit dünner Glasfolien.

Von GÜNTHER GLASER, Stuttgart.

Mit 10 Textabbildungen.

(Eingegangen am 20. Juli 1951.)

### § 1. Einleitung.

Über die elektrische Leitfähigkeit von Gläsern wurde schon viel gemessen. (Zusammenfassung bei SMEKAL [28].) Bekannt ist daher, daß die Elektrizitätsleitung im Glas in der Hauptsache durch die Alkaliionen des Glases übernommen wird und zwar als Störleitung infolge der inhomogenen Struktur der ungeordneten, fachwerkartigen Molekülanordnung. Die dabei auftretenden Anomalien wurden an dicken Schichten ausgiebig untersucht, wenig jedoch an dünnen Glasfolien unter  $1\mu$  Stärke. (Bei HUBMANN [15] und ALEXANDROW und SOLOTAREWA [1] für Schichten größer  $1\mu$ .) Bei den dünnen Schichten ist die durch die Alkaliionenwanderung entstehende Feldverzerrung kleiner. Außerdem kann man mit kleineren Spannungen bequemer arbeiten und die Leitfähigkeit bis zum Eintreten des Durchschlages leichter untersuchen, insbesondere auch bei tiefen Temperaturen. Dabei soll geklärt werden, ob bei Glas ein Zusammenhang besteht zwischen Leitfähigkeit und Durchschlag.

Beim Durchschlag in Festkörpern hat man in bekannter Weise zu unterscheiden zwischen dem Wärmedurchschlag und dem elektrischen Durchschlag (Zusammenfassung bei SEMENOFF und WALTHER [27], v. HIPPEL [12], MOTT und GURNEY [17], FRANZ [7], SEITZ [26], WAGNER [30]). Ersterer ist bedingt durch den negativen Temperaturkoeffizienten der Ionenleitung und erfolgt beim Überschreiten eines labilen Gleichgewichtes zwischen der entstehenden Stromwärme und der Wärmeabgabe an die Umgebung eines sich selbst aufheizenden Stromfadens. Dieser makroskopische Prozeß tritt erst bei höheren Temperaturen auf und benötigt längere Zeit zu seiner Ausbildung. Im Gegensatz hierzu tritt der elektrische Durchschlag bei tieferen Temperaturen innerhalb von  $10^{-8}$  sec. ein (ROGOWSKI [19], GÜLLNER [10]) und ist weitgehend unabhängig von der Ionenleitung. Für seine Erklärung gibt es im wesentlichen zwei Theorien:

Bei der Ionenstoßtheorie sollen freie Ionen im elektrischen Feld so beschleunigt werden, daß sie aus dem Gitter weitere Ionen ablösen und dadurch eine Ionenlawine erzeugen können. Dieser Mechanismus ist verständlich, wenn die Ionen längs Spalten oder Grenzflächen Wegstrecken von mindestens  $0,01\mu$  frei durchfliegen können. Beispielsweise haben bei Zimmertemperatur aufgedampfte Steinsalzsichten eine typi-

sche Spaltenstruktur (DE BOER [3]). Die Durchbruchfeldstärke an solchen Schichten ist, gemessen mit den später beschriebenen Methoden, wesentlich kleiner als im Einkristall und hängt ab von der Spaltenstruktur (Aufdampftemperatur, Sinterung). Die Zahl der ablösbaren Ionen nimmt exponentiell mit sinkender Temperatur ab, so daß sich eine Zunahme der Durchbruchfeldstärke mit sinkender Temperatur ergibt.

Im kompakten Gitterverband ist die freie Weglänge der Ionen nur etwa Molekülabstand. Bei den gemessenen Durchbruchfeldstärken reicht die dabei vom elektrischen Feld auf das Ion übertragene Energie nicht zur Stoßionisation aus.

Die Elektronenstoßtheorie (v. HIPPEL [12], SEEGER und TELLER [25], CALLEN [5], FRÖHLICH [9], MOTT und GURNEY [17], SEITZ [26]) nimmt an, daß sich freie Elektronen im Isolator (Ionenkristall) befinden und im Leitfähigkeitsband durch das elektrische Feld beschleunigt werden. Durch ihre Wechselwirkung mit den Gitterschwingungen werden sie gebremst. Ist der Energiegewinn des Elektrons im elektrischen Feld größer als sein Energieverlust an die Gitterschwingungen, so kann es die zur Ablösung eines neuen Elektrons notwendige Energie (Ionisationsenergie) erreichen und damit den Durchschlag einleiten. Mit sinkender Temperatur, also abnehmender Gitterschwingung nimmt der Energieverlust ab, die freie Weglänge der Elektronen wird größer, der Durchschlag sollte daher dann schon bei kleinerer Feldstärke erfolgen. So einleuchtend diese Vorstellungen sind, so schwierig ist die quantitative Erfassung der Gitterverluste einerseits und des Energiegewinnes längs der freien Weglänge andererseits. Nach der Feldemissionstheorie (ZENER [31], FRANZ [8]) können Elektronen durch das hohe Feld vom gebundenen Zustand in das Leitfähigkeitsband gelangen (Tunneleffekt) und damit auch ohne Stoßionisation den Durchschlag herbeiführen. Die freie Weglänge der Elektronen ist  $10^{-5}$  bis  $10^{-6}$  cm. Für Schichtdicken unterhalb dieser Größe sollte daher die Durchbruchfeldstärke zunehmen. Von AUSTEN und WHITEHEAD [2] wurde an dünnen Glimmerfolien unter  $0,5\mu$  eine deutliche Zunahme der Durchbruchfeldstärke gemessen.

Amorphe Stoffe haben eine unperiodische Struktur. Falls freie Elektronen vorhanden sind oder im hohen elektrischen Feld abgelöst werden können, so ist ihre freie Weglänge sehr klein, die Durchbruchfeldstärke



entsprechend groß. Die Temperatur kann dabei wohl das Hängenbleiben der freien Elektronen an Haftstellen, als auch deren freie Weglänge beeinflussen.

Über die elektrische Durchschlagfestigkeit von Glas bestehen zwar schon zahlreiche Arbeiten (siehe TEL-PIRANI-SCHEEL [6]). Die Ergebnisse gehen jedoch in Teil stark auseinander und zeigen, teilweise auch im Bereich des elektrischen Durchschlages ( $< 80^\circ\text{C}$ ), die Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Schichtdicke, herrührend von nichtbeseitigtem Randeinfluss infolge eines inhomogenen Feldes am Rande des Kondensators (ROGOWSKI [18]).

An den dünnen Folien sollte daher die Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke von der Schichtdicke und Temperatur bestimmt werden, um dadurch weitere experimentelle Unterlagen für den Mechanismus des elektrischen Durchschlages im amorphen Glas zu gewinnen.

### § 2. Versuchsanordnung.

Voraussetzung für die einwandfreie Messung der elektrischen Durchschlagfestigkeit ist die Beseitigung des Randeinflusses. Die Glasfolien wurden daher mit verstärkten Rändern erzeugt, nach einer von KIEPENTER [16] für andere Zwecke angegebenen Methode (Abb. 1). Das Glasrohr (1) wird auf der einen Seite zu einer dünnen Kugel erweitert, das Glasrohr (2) auf der anderen Seite durch einen Durchmesser  $d$  verjüngt. Der mittlere Teil wird erhitzt und dann die Stirnfläche der Kugel auf die Öffnung des Glasrohres (2) gesetzt. Durch Blasen unter hohem Druck  $p$  von (1) und (2) her wird das aufgesetzte Stück zu einer Folie auseinandergezogen, die je dünner ist, je weiter aufgeblasen wird, je dünner die Kugel ist und je kleiner der Ausgangsdurchmesser der Verjüngung  $d$  ist.

Als Glas wurde das Gundelach-Apparatglas GG29 verwendet mit 65,2%  $\text{SiO}_2$ , 11,8%  $\text{Na}_2\text{O}$ , 3,3%  $\text{K}_2\text{O}$ , 1,7%  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 7,7%  $\text{CaO}$ , 4,8%  $\text{BaO}$  und 1,7%  $\text{B}_2\text{O}_3$ . Die Schichtdicke der Folien wurde interferometrisch bestimmt bei senkrechter und streifender Incidenz, außerdem durch Kapazitätsmessung. Die metallische Beschichtung (Ag oder Zn) wurde durch Hochvakuumverdampfung hergestellt. Dabei wurde in Analogie zu den durch Aufdampfung hergestellten Bosch-Metallierkondensatoren die Metallschichtdicke so dünn gewählt, daß bei einem Durchschlag der entstehende Lichtbogen die Metallbelegung um das Durchschlagsgeschehen herum verdampft und den Kondensator wieder zerstört. Auf diese Weise können Hunderte von Durchschlägen auf einer einzigen Folie erzeugt werden, im Gegensatz zu früheren Messungen, die nur den Durchschlag an der schwächsten Stelle erfaßten. Die Folien hatten Stärken bis herab zu  $0,07\mu$ . Unterhalb  $0,07\mu$  macht die interferometrische Schichtdickenmessung Schwierigkeiten. Außerdem aber isolierten aufgedampften Schichten häufig nicht mehr, da vermutlich beim Aufdampfen die Metallatome die Glasfläche durchdringen können.

Die Messungen wurden in einem Hochvakuumgefäß durchgeführt, das durch flüssige Luft auf tiefe Temperatur gebracht werden konnte. Die Strommessung erfolgte mit einem Einfadenelektrometer in Aufschaltung, die Spannungsmessung am Glas-Kondensator mit einem statischen Voltmeter. Die Spannung wurde aus Anodenbatterien entnommen und kontinuierlich bis zum Durchschlag gesteigert.

### § 3. Die elektrische Leitfähigkeit dünner Glasfolien.

#### a) Stromverlauf.

Der zeitliche Stromverlauf konnte mit einem Kurzzeitschalter 2,5 millisek nach Anlegen der Spannung bestimmt werden und nimmt in bekannter Weise infolge der Ausbildung eines inneren Gegenfeldes mit der Gegenspannung  $P$  zeitlich um so stärker ab, je weniger

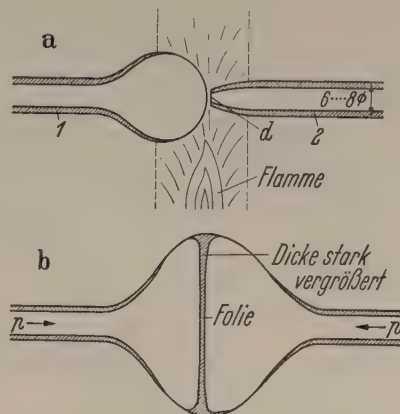


Abb. 1. Herstellungsmethode der Glasfolien.

ein Ausgleich dieser Raumladungspolarisation möglich ist. Dieser Ausgleich kann entweder durch Temperaturerhöhung erfolgen (Abb. 2 links); aber auch eine Erhöhung der Feldstärke bewirkt, besonders bei höheren Temperaturen, einen besseren Ladungsausgleich durch Verminderung der Abtrennarbeit der Lockerionen (Abb. 2 rechts). Man muß daher unterscheiden zwischen Anfangsleitfähigkeit und Endleitfähigkeit. Bei tiefer Temperatur läßt sich der Endwert des

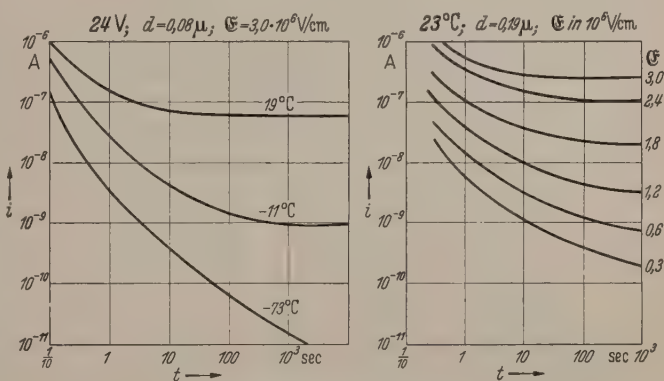


Abb. 2. Zeitlicher Stromverlauf.  
Links: Einfluß der Temperatur; rechts: Einfluß der Feldstärke.

Stromes praktisch nicht erreichen, selbst nicht bei hoher Feldstärke. Es ist daher hierbei die jeweilige Bezugszeit angegeben. Die wahre Leitfähigkeit  $\sigma_w$  ist gegeben durch

$$\sigma_w = \frac{i}{E - P} \cdot \frac{l}{q},$$

wo  $E$  die äußere angelegte Spannung ist,  
 $P$  die innere Gegenspannung,  
 $i$  der beobachtete Strom,  
 $l$  der Elektrodenabstand,  
 $q$  der Leitungsquerschnitt.

Nur für den Grenzfall  $t \rightarrow 0$  ist  $\sigma_w$  gleich der Anfangsleitfähigkeit.



## b) Gegenspannung und Restspannung.

Durch die Ausbildung der Raumladungs-Polarisation entsteht ein inneres Gegenfeld, durch die unipolare Na-Ionen-Wanderung außerdem eine inhomogene Raumladung an der Anode. Die dadurch entstehende Feldverzerrung ist umso ausgeprägter, die Gegenspannung  $P$  um so größer, je geringer der Ausgleich durch Temperatur und hohe Feldstärke ist und außerdem, je größer die Schichtdicke und damit das Potentialgefälle an der Anode ist. (Vgl. auch SCHILLER [20—23], BERAN und QUITTNER [4]). Beim Kurzschließen gleicht sich das Gegenfeld aus, wobei der Anfangswert des Rückstromes durch die Gegenspannung bestimmt ist. Der Kondensator lädt sich

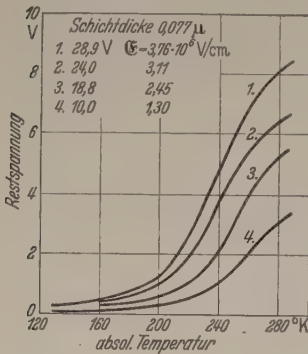


Abb. 3. Restspannung nach dem Kurzschließen in Abhängigkeit von Temperatur und Feldstärke.

(Vgl. auch SCHILLER [20—23], BERAN und QUITTNER [4]). Beim Kurzschließen gleicht sich das Gegenfeld aus, wobei der Anfangswert des Rückstromes durch die Gegenspannung bestimmt ist. Der Kondensator lädt sich

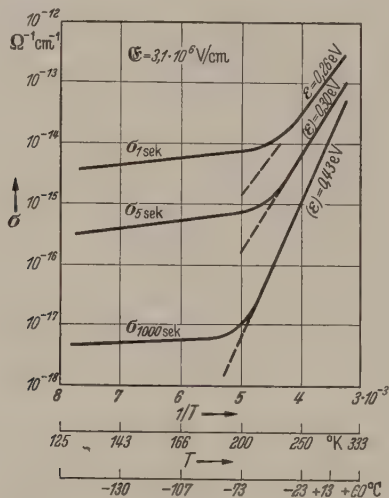


Abb. 4. Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit, gemessen zu verschiedenen Zeitpunkten. Der Zahlenindex bei  $\sigma$  bedeutet die Zeit nach dem Anlegen der Spannung.

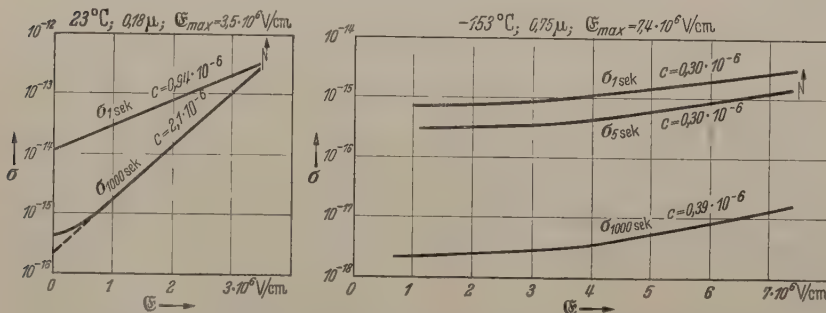


Abb. 5. Feldstärkenabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit, gemessen zu verschiedenen Zeitpunkten. Der Zahlenindex bei  $\sigma$  bedeutet die Zeit nach dem Anlegen der Spannung an die Glasfolie. Links: bei 23°C; rechts: bei -153°C.

dann bis zur Restspannung  $V$  auf, die mit steigender Temperatur und Feldstärke zunimmt (Abb. 3). Ein bei tiefer Temperatur „eingefrorenes“ Gegenfeld kann man daher durch Erwärmen schneller auslösen. Diese schon bekannten Tatsachen zeigen sich bei den dünnen Schichten besonders deutlich.

## c) Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit.

Oberhalb  $-40^\circ\text{C}$  erhält man den bekannten exponentiellen Anstieg gemäß dem RASCH-HINRICHSSEN-Gesetz (VAN'T HOFF-Formel),  $\sigma_T = \sigma^* \cdot e^{-\varepsilon/kT}$ , wobei die Abtrennarbeit der Lockerionen im Glas bedeuten  $k$  die Boltzmann-Konstante und  $T$  die absolute Temperatur (Abb. 4). In diesem ganzen Bereich trägt die Leitfähigkeit des Glases den Charakter einer Störleitfähigkeit. Bei tiefen Temperaturen biegt sowohl die Anfangs- als auch die Endleitfähigkeit um. Da eine Oberflächenleitung durch Erdungsschutzringe ausgeschlossen ist, muß es sich hierbei um wenige, zunächst unbekannte Ladungsträger mit kleiner Abtrennarbeit handeln.

## d) Feldstärkenabhängigkeit der Leitfähigkeit.

Der Einfluß der Feldstärke auf Anfangs- und Endleitfähigkeit läßt sich durch das POOLEsche Gesetz angehen:

$$\sigma = \sigma_T \cdot e^{c\mathcal{E}} = \sigma^* \cdot e^{-\frac{\varepsilon - ckT}{kT}} \quad (\text{Abb. 5})$$

Es besagt, daß die Abtrennarbeit  $\varepsilon$  der Lockerionen durch die hohe Feldstärke verkleinert wird. Die Größe  $c$  nimmt mit der Temperatur zu, die Verminderung der Abtrennarbeit durch die äußere Feldstärke ist also bei hoher Temperatur besonders groß. Abweichungen vom POOLEschen Gesetz sind meist auf Polarisationsstöreffekte zurückzuführen (vgl. auch SCHILLER [24]).

Die resultierende Abtrennarbeit würde  $= 0$  für

$$\mathcal{E}^* = \frac{\varepsilon}{ckT}$$

Im Mittel ergab sich:

a) bei  $20^\circ\text{C}$  aus 16 Messungen

$$\sigma_{5\text{sek}}^* = 1,4 \cdot 10^{-14} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1},$$

$$\sigma_{1000\text{sek}}^* = 3,8 \cdot 10^{-16} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1},$$

$$c_{5\text{sek}} = 0,94 \cdot 10^{-6} \text{cm/V},$$

$$c_{1000\text{sek}} = 1,74 \cdot 10^{-6} \text{cm/V},$$

mit  $\varepsilon = 0,33 \text{ eV}$  erhält man aus  $c_{5\text{sek}}$

$$\mathcal{E}^* = 14 \cdot 10^6 \text{ Volt/cm},$$

b) bei  $-150^\circ\text{C}$  aus 6 Messungen

$$\sigma_{5\text{sek}}^* = 2,6 \cdot 10^{-16} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1},$$

$$\sigma_{1000\text{sek}}^* = 1,2 \cdot 10^{-18} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1},$$

$$c_{5\text{sek}} = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{cm/V},$$

$$c_{1000\text{sek}} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{cm/V},$$

daraus  $\mathcal{E}^* = 100 \cdot 10^6 \text{ V/cm}$ .

Tatsächlich tritt aber der Durchschlag bei diesen Temperaturen schon viel früher ein. Der Durchschlagsmechanismus muß also ein anderer sein.

## e) Verlustfaktor.

Der Verlauf von  $\text{tg } \delta$  für die obigen Gläser wurde mit der SCHERINGBRÜCKE gemessen.

Die Feldstärkenabhängigkeit

bei 50 Hz ergab  $\text{tg } \delta = \text{tg } \delta_0 \cdot e^{c'\mathcal{E}} \text{ (Abb. 6)}$ .

$$\begin{array}{lll} 20^\circ\text{C} & \text{tg } \delta_0 = 0,57\% & c' = 0,97 \cdot 10^{-6} \text{cm/V}, \\ -150^\circ\text{C} & \text{tg } \delta_0 = 0,12\% & c' = 0,58 \cdot 10^{-6} \text{cm/V}. \end{array}$$

Die Temperaturabhängigkeit von  $\text{tg } \delta$  bei 50 Hz gemäß Abb. 7 läßt sich oberhalb  $-40^\circ\text{C}$  eher einem



exponentiellen Anstieg mit  $e^{\alpha T}$  als mit  $e^{-\varepsilon/kT}$  angleichen, ein Zeichen, daß  $\operatorname{tg} \delta$  nicht allein durch die Ionenleitfähigkeit bedingt ist. Unterhalb  $-40^{\circ}\text{C}$  erhält man wie bei Gleichstrommessung einen flacheren Verlauf.

Für 800 Hz ergab sich bei  $20^{\circ}\text{C}$   $\operatorname{tg} \delta_0=1,2\%$ ; bei  $-150^{\circ}\text{C}$   $\operatorname{tg} \delta_0=0,4\%$ .

Der Verlustfaktor  $\operatorname{tg} \delta$  in Glas entsteht sowohl durch die elektrische Leitfähigkeit des Glases, als auch durch dielektrische Verluste. Ersetzen wir beide Wirkungen durch einen parallel zum Glaskondensator geschalteten Ableitwiderstand mit der „wirksamen“ Leitfähigkeit  $\bar{\sigma}=\operatorname{tg} \delta \cdot \omega \cdot \varepsilon \varepsilon_0$ , so ergibt sich:

bei 50 Hz für             $20^{\circ}\text{C}$      $\bar{\sigma}=1,06 \cdot 10^{-12} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ ,  
                                   $-150^{\circ}\text{C}$     $\bar{\sigma}=0,23 \cdot 10^{-12} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ ,  
 bei 800 Hz für         $20^{\circ}\text{C}$      $\bar{\sigma}=3,7 \cdot 10^{-11} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ ,  
                                   $150^{\circ}\text{C}$      $\bar{\sigma}=1,4 \cdot 10^{-11} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ .

Diese Werte sind im Vergleich zu den Gleichstromwerten bedeutend größer. Dies liegt einerseits an den dielektrischen Verlusten, andererseits an den Polarisationserscheinungen bei den Gleichstrom-Messungen.

#### § 4. Der elektrische Durchschlag bei dünner Glasfolie.

##### a) Stromverlauf vor dem Durchschlag.

Das zeitliche Einsetzen des Durchschlages bei  $20^{\circ}\text{C}$  und  $-150^{\circ}\text{C}$  ist abhängig von der Beanspruchungsdauer, obwohl der Durchschlag unterhalb des Wärmedurchschlaggebietes ( $<80^{\circ}\text{C}$ ) erfolgt. Der Grund hierzu ist wiederum die Feldverzerrung durch Polarisaton und Verarmung der Anodenschicht an Na-Ionen (vgl. auch SCHILLER [22]). Im Stromzeitverlauf äußert sich der elektrische Durchschlag in einer plötzlich auftretenden kurzen Stromspitze (Abb. 8), (vgl. auch HUBMANN [15], ALEXANDROW und SOLOTAREWA [1], HAWORTH und BOZORTH [11]). Nach dem „Ausheilen“ des Durchschlages ist die Störleitung unverändert geblieben. Dies deutet darauf hin, daß der Durchschlag nicht durch Lockerionen, sondern durch Elektronen verursacht ist (vgl. auch SCHILLER [21]). Es wird also die Auffassung vertreten, daß die elektrische Leitfähigkeit in Glas bis zum Durchschlag den Charakter einer Lockerionenleitfähigkeit hat. Der exponentielle Leitfähigkeitsanstieg gemäß dem POOLEschen Gesetz wird danach in der Hauptsache durch Verminderung der Abtrennarbeit der Lockerionen verursacht (vgl. auch SMEKAL [29]), während eine Elektronenleitung erst unmittelbar vor dem Durchschlag lawinenartig auftritt. Ein solcher Anstieg der Leitfähigkeit außerhalb des POOLEschen Gesetzes für Feldstärken kurz unterhalb des Durchschlages wurde nur in einigen Fällen bei  $-150^{\circ}\text{C}$  beobachtet.

##### b) Durchschlagsmessungen.

Die Durchschlagspannung der aufeinander folgenden Durchschläge nimmt nach Ausmerzung der schwächeren Stellen laufend zu (Abb. 9). Dabei fällt die Streuung  $\Delta E/E=20\%$  der Meßwerte auf. Der erste Durchschlag entspricht der schwächsten Stelle und kann schon bei niederer Spannung eintreten. Bei den darauffolgenden Messungen ist die Streuung verständlich durch die oben besprochene Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer infolge der Feldverzerrung durch die Lockerionenleitung (vgl. auch SCHILLER [22]).

Die mit Gleichspannung ermittelte Durchbruchfeldstärke wurde für  $23^{\circ}\text{C}$  und  $-150^{\circ}\text{C}$  in Abhängig-

keit von der Schichtdicke bestimmt (Abb. 10). Die Streuung der Meßpunkte ist hauptsächlich der inhomogenen Glasstruktur zuzuschreiben. Innerhalb

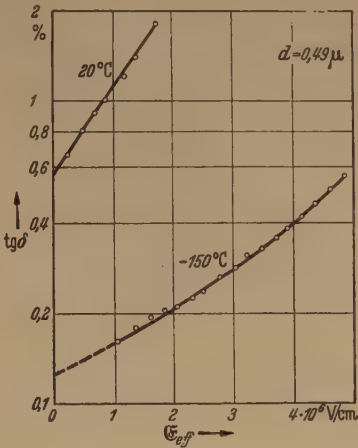


Abb. 6. Feldstärkenabhängigkeit des Verlustfaktors bei 50 Hz für  $20^{\circ}\text{C}$  und  $-150^{\circ}\text{C}$ .

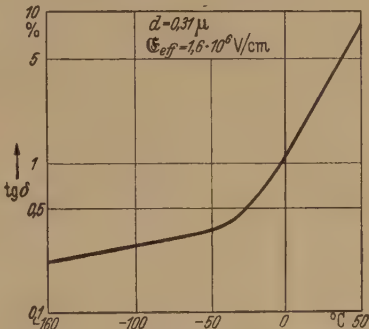


Abb. 7. Temperaturabhängigkeit des Verlustfaktors bei 50 Hz.

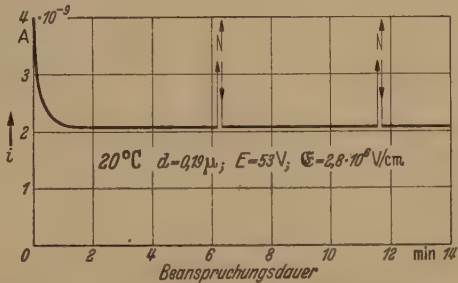


Abb. 8. Zeitlicher Stromverlauf bei einem Durchschlag.

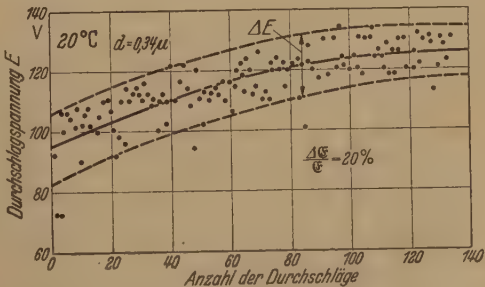


Abb. 9. Zunahme der Durchbruchspannung nach Ausmerzung der schwächeren Stellen.

dieser Schwankungen ist jedoch die Durchbruchfeldstärke unabhängig von der Schichtdicke bis herab zu  $0,07\mu$  und nimmt mit sinkender Temperatur zu. Es ergab sich bei  $23^{\circ}\text{C}$   $E_{\max}=(3,70 \pm 0,53) \cdot 10^6 \text{V/cm}$ , bei  $-150^{\circ}\text{C}$   $E_{\max}=(6,8 \pm 1,2) \cdot 10^6 \text{V/cm}$ .



Mit 50 Hz Wechselspannung (Scheitelwert) ergab sich bei  $23^{\circ}\text{C}$   $\mathcal{E}_{\text{max}} = 3,2 \cdot 10^6 \text{ V/cm}$ , bei  $-150^{\circ}\text{C}$   $\mathcal{E}_{\text{max}} = 6,7 \cdot 10^6 \text{ V/cm}$ . Die hohen Werte der Durchbruchfeldstärke erklären sich durch die kleinen freien Weglängen der Elektronen. Dadurch ist auch die Unabhängigkeit der Durchbruchfeldstärke von der Schichtdicke bis zu  $0,07 \mu$  verständlich. Im Gegensatz zu den Ionenkristallen nimmt  $\mathcal{E}_{\text{max}}$  mit sinkender

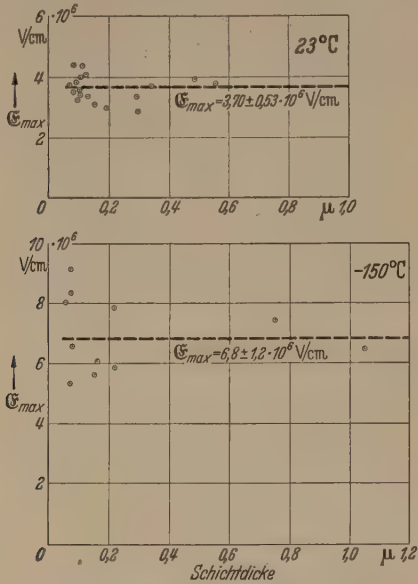


Abb. 10. Durchbruchfeldstärke in Abhängigkeit von der Schichtdicke bei  $23^{\circ}\text{C}$  und  $-150^{\circ}\text{C}$ .

Temperatur zu, in Übereinstimmung mit den Messungen von v. HIPPEL und MAURER [13] und v. HIPPEL und LEE [14].

Dieser Temperaturgang hat nichts mit einem Wärmedurchschlag zu tun, und spricht auch nicht gegen den Elektronen-Durchschlag. Er ist sowohl durch die Feldemissionstheorie (FRANZ [8]) als auch durch die Elektronenstoßtheorie (FRÖHLICH [9]) erklärbar. Auch ist ein Einfluß der thermischen Energie denkbar auf das Hängenbleiben der freien Elektronen in Haftstellen. Eine Entscheidung hierüber kann aus den bisherigen Versuchen nicht getroffen werden.

### § 5. Zusammenfassung.

Die elektrische Leitfähigkeit dünner Glasschichten entspricht einer Störleitung mit den bekannten dielektrischen Anomalien.

Die Abtrennarbeit  $\epsilon$  der Lockerionen wird durch die äußere Feldstärke um so mehr verringert, höher die Temperatur ist. Der Durchschlag erfolgt jedoch schon, bevor die durch die Feldstärkeerhöhung resultierende Abtrennarbeit ( $\epsilon - ckT\mathcal{E}$ ) verschwindet.

Der elektrische Durchschlag in Glas steht nicht unmittelbar Zusammenhang mit der elektrischen Leitfähigkeit. Jedoch wird durch den Stromdurchgang das elektrische Feld verzerrt, so daß die Durchbruchfeldstärke lokal erreicht wird und sich ein Einfluß der Beanspruchungsdauer ergibt.

Die Durchbruchfeldstärke ist bis herab zu  $d = 0,07 \mu$  unabhängig von der Schichtdicke  $d$ .

Die Durchbruchfeldstärke nimmt mit sinkender Temperatur zu.

**Literatur.** [1] ALEXANDROW, A. und A. SOLOTAREW: *Techn. Physics USSR* **1**, 143 (1934). — [2] AUSTEN, A. E. V. und S. WHITEHEAD: *Proc. Roy. Soc. [London]*, Ser. A **173**, 33 (1940). — [3] DE BOER, J. H.: *Elektronenemission und Adsorptionsercheinungen*. Leipzig 1937. — [4] BERAN, J. und F. QUITNER: *Z. Physik* **64**, 760 (1930). — [5] CALLEN, H. B.: *Physic. Rev.* **76**, 1394 (1949). — [6] EITEL-PIRAN SCHEEL: *Glastechnische Tabellen*. Springer 1931. — [7] FRANZ, W.: *Z. angew. Physik* **3**, 72 (1951). — [8] FRANZ, W.: *Z. Physik* **113**, 607 (1939). — [9] FRÖHLICH, H.: *Proc. Roy. Soc. [London]*, Ser. A **160**, 230 (1937), **171**, 496 (1939), **181**, 521 (1947). — [10] GÜLLNER, G.: *Arch. Elektrotechn.* **22**, 267 (1928), **22**, 141 (1929). — [11] HAWORTH, F. E. und R. J. MAUREL: *Physic. Rev.* **59**, 820 (1941). — [12] v. HIPPEL, A.: *Ergebn. exakt. Naturwiss.* **14**, 104–129 (1935); sowie *Trans. Faraday Soc.* **42**, A, 78 (1946). — [13] v. HIPPEL, A. und R. J. MAUREL: *Physic. Rev.* **59**, 820 (1941). — [14] v. HIPPEL, A. und G. M. LEE: *Physic. Rev.* **59**, 824 (1941). — [15] HUMANN, W.: *Ann. Phys.* **9**, 733 (1931). — [16] KIEPENHEUER, K. O.: *Z. Physik* **107**, 149 (1937). — [17] MOTT, N. F. und R. W. GURNE: *Electronic Processes in Ionic Crystals*. Oxford 1940. — [18] ROGOWSKI, W.: *Arch. Elektrotechn.* **12**, 1 (1923). — [19] ROGOWSKI, W.: *Arch. Elektrotechn.* **18**, 479 (1927). — [20] SCHILLER, H.: *Ann. Phys.* **74**, 106 (1924). — [21] SCHILLER, H.: *Z. techn. Physik* **6**, 588 (1925). — [22] SCHILLER, H.: *Ann. Phys.* **83**, 137 (1927). — [23] SCHILLER, H.: *Arch. Elektrotechn.* **17**, 609 (1927). — [24] SCHILLER, H.: *Ann. Phys.* **83**, 32 (1926). — [25] SEEGER, R. J. und E. TELLER: *Physic. Rev.* **54**, 515 (1938). — [26] SEITZ, F.: *Physic. Rev.* **76**, 13 (1949). — [27] SEMENOFF, N. und A. WALTHER: *Die physikalischen Grundlagen der elektrischen Festigkeitslehre*. Berlin 1928. — [28] SMEKAL, A.: *Die Physik in regelmäßigen Berichten* **4**, 17–33 (1936), **8**, 127 bis 148 (1940). — [29] SMEKAL, A.: *Z. techn. Physik* **8**, 561 (1927). — [30] WÄLNER, K. W.: *Arch. Elektrotechn.* **39**, 215 (1950). — [31] ZENER, C. M.: *Proc. Roy. Soc. [London]*, Ser. A **145**, 5 (1934).

Dr. GÜNTHER GLASER, Stuttgart,  
Physikalisches Institut der Techn. Hochschule.

## Kurze Notiz über ein piezoelektrisches Vibrationsgalvanometer.

Von HANSGEORG LAPORTE, Leipzig.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 30. Juli 1951.)

Bei der Messung mit Wechselstrombrücken werden zur Vermeidung des Einflusses der Oberwellen des speisenden Wechselstromes selektive Nullinstrumente benutzt. Es wurden bisher nur Schleifen- oder Nadel-Vibrationsgalvanometer verwendet. Beiden gemeinsam ist die geringe Überlastungsfähigkeit. Überlastungen führen in der Regel zur Zerstörung des Meßsystems. Die geringe Resonanzbreite von Schleifengalvanometern nach SCHERING und SCHMIDT [1] läßt sich nicht beeinflussen, im Gegensatz zu der für Nadelgalvano-

meter von MEISSNER und ADELSBERGER [2] angegebenen Anordnung mit Schwingungskreis. Die Empfindlichkeitsregelung über einen großen Spannungsbereich ist nur mit angepaßten Widerstandsreglern möglich. Das nachstehend beschriebene System vermeidet diese Nachteile.

Es ist bekannt, piezoelektrische Kristalle als Oszillographensysteme zu benutzen. Man macht sich hier bei ihrer hohen Eigenfrequenz zunutze. Resonanzschwinger für 50 Hz aus Quarzstäben herzustellen ist



unsichtbar, auch würden derartige Schwinger zu geringe Resonanzbreiten ergeben. Die Torsionsschwinger nach GOLAY [3] sind dagegen in der Ausführung des Verfassers sehr gut brauchbar. Abb. 1 zeigt die Anordnung des Systems.

Zwei dünne Seignettesalzkristalle in Streifenform von etwa 0,3 mm Dicke sind mit Elektroden versehen und derart verklebt, daß bei Einspannung am unteren Ende, das obere bei Anlegung einer Wechselspannung Torsionsschwingungen vollführt. Durch eine Metallmasse  $M$  am oberen Ende, die gleichzeitig den Schwingespiegel  $Sp$  trägt, wird die Eigenfrequenz des Kristallelementes, die bei 50 mm Länge und 5 mm Breite etwa bei 3500 Hz liegt, herabgesetzt. Zwei am Metallklotz angebrachte Arme tragen Feingewinde, auf dem sich zwei zylinderförmige kleine Bleimassen verdrehen lassen. Mit diesen wird der Schwinger auf die gewünschte Frequenz abgestimmt und justiert. Die Resonanzkurve eines derartigen Schwingers entspricht derjenigen eines Quarzschwingers in Oszillatorschaltung, hat jedoch eine größere Resonanzbreite. Es ist möglich, den Arbeitspunkt des Schwingers auf der Resonanzkurve derart zu legen, daß mit ihm bei 50-Hz-Sollwert ein Arbeitsbereich von 45 bis 55 Hz bestrichen werden kann. Andere Frequenzen lassen sich bis 1500 Hz durch entsprechende Zusatzmassen herstellen. Bei dem Versuchsgesät wurden die einzelnen, auf verschiedenen Frequenzen abgestimmten Schwinger durch Einbau in eine Steckvorrichtung auswechselbar gemacht.

Der maximale Torsionswinkel, bei dem die Kristallelemente durch die Belastung mit den Zusatzmassen noch standhalten, ohne zu zerbrechen, beträgt etwas über 1 Grad. Zur Erzielung dieser Torsion ist eine Wechselspannung von etwa 90 bis 100 V<sub>eff</sub> notwendig.

Abb. 2 zeigt das Prinzip-Schaltbild. Ein Eingangstransformator  $T_1$  gestattet eine Anpassung an die Meßanordnung, die nieder- oder hochohmig sein kann. Die Eingangsspannung wird in passender Übersetzung der 1. Verstärkerröhre zugeführt. Die drei Verstärkerstufen sind in RC-Kopplung ausgeführt. Im Ausgang wird durch den Transformator  $T_2$  die Spannung hochtransformiert, wie dies unter Berücksichtigung des Frequenzbereiches und der Schwingerkapazität maximal möglich ist. Dem Schwinger liegt eine Glühlampe als Überlastschutz parallel. Der Innenwiderstand des Transformators ist so gewählt, daß die Spannung am Ausgang bei Belastung mit dem Glühlampenstrom zusammenbricht. Ein weiterer Schutz des Schwingers ist dadurch gegeben, daß bei zu hoher Eingangsspannung der Verstärker übersteuert wird. Beim Aufleuchten der Überlastungsanzeige wird die Empfindlichkeit des Vibrationsgalvanometers von Hand durch Regelung des Gitterpotentiometers in der 2. Verstärkerstufe auf das notwendige Maß herabgesetzt.

Bei 50-Hz-Schwingern werden Störungen durch den Speisewechselstrom des Netzanschlussteiles da-

durch vermieden, daß einmal die Anodenspannung durch einen Doppelweggleichrichter erzeugt wird und die Kathoden der Verstärkerröhren mit ungesiebttem, durch einen Trockengleichrichter in Grätzsaltung gleichgerichtetem Wechselstrom geheizt werden, dessen Brummfrequenz 100 Hz beträgt.

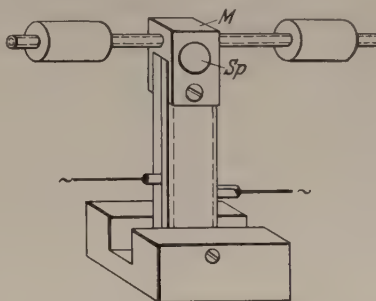


Abb. 1. Piezoelektrisches Resonanzsystem.

Verstärker und Speiseteil sind unter Verwendung raumsparender Röhren und Bauteile eng zusammengebaut. Das Gehäuse trägt oben den aufsteckbaren Schwinger, dem ein kleines Autokollimationsfernrohr von 20 cm Länge zur Ablesung des Schwingungsbildes vorgesetzt ist. Dieses trägt die Beleuchtung für den Spiegel des Schwingers und eine Glasskala im Inneren.

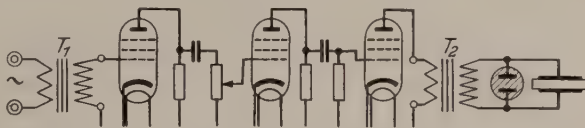


Abb. 2. Prinzipschaltung des Verstärkers mit Überlastungsschutz des Schwingers.

Die Empfindlichkeit des Vibrationsgalvanometers ist von der Frequenz des Schwingers und von der Anpassung abhängig. Bei einem 50-Hz-Schwinger und einer Eingangsimpedanz von etwa 50 Ohm ist die Spannungsänderung für eine Änderung des Ausschlages um 1 Teilstrich auf der 100 teiligen Skala kleiner als  $5 \cdot 10^{-6}$  V. Spannungen von  $5 \cdot 10^{-7}$  V sind durch Betrachtung der auftretenden Unschärfe des, über den Spiegel auf die Skala projizierten Nullstriches erkennbar.

#### Zusammenfassung.

Es wird ein hochüberlastbares piezoelektrisches Vibrationsgalvanometer beschrieben, bei dem die notwendige Empfindlichkeit durch Zusammenbau mit einem dreistufigen Verstärker erzielt wird. Der Schwinger ist auswechselbar. Er wird durch ein angebautes Autokollimationsfernrohr betrachtet.

**Literatur.** [1] SCHERING, H. und R. SCHMIDT: Arch. f. Electrot. 1, 254 (1912). — [2] MEISSNER, W. und U. ADELBERGER: ZS. f. techn. Phys. 13, 475 (1932). — [3] M. J. E. GOLAY: Rev. of scient. Instr. 8, 228 (1937), A rochelle salt electrometer.

Dr. rer. nat. HANSGEORG LAPORTE,  
Leipzig O 27, Lieberwolkwitzerstr. 41.



## Nachtrag zu der Arbeit „Die Dämpfung akustischer Resonatoren“.

Von KURT VOELZ, Braunschweig.

(Eingegangen am 4. Juli 1951.)

## 1. Die Wärmegrenzschicht.

In meiner Arbeit [1] habe ich gezeigt, wie man die Dämpfung akustischer Resonatoren aus einfachen Grenzschichtbetrachtungen anschaulich berechnen kann. Die Ergebnisse stimmten mit den exakten von KIRCHHOFF und LAMB vollkommen überein. Die Wirkung der Wärmegrenzschicht wurde dadurchedeutet, daß nach den hydrodynamischen Gleichungen mit jedem Temperaturgradienten ein Materietransport verbunden ist. An der Begrenzungsfläche des Resonators herrscht nun auch ein Temperaturgradient senkrecht zu dieser, ein Materietransport durch die Wand hindurch ist aber ausgeschlossen. Das Gas wird an der Wand abgelenkt, und man erhält eine scheinbare Erhöhung der Schnelle parallel zur Wand und damit auch eine Erhöhung des Reibungswiderstandes um den Faktor  $1 + (\kappa - 1) Pr^{-1/2}$ . Diese Betrachtung hat den großen Vorteil, daß man nur die durch die Reibung hervorgerufene Dämpfung zu berechnen braucht und bei Berücksichtigung der Wärmeleitfähigkeit des Gases den erhaltenen Wert nur mit dem obigen Faktor zu multiplizieren hat.

Auf andere Weise macht sich CREMER [2] die Wirkung der Wärmegrenzschicht klar. Infolge des Temperaturgradienten innerhalb der Grenzschicht fließt während der Überdruckhalbperiode Wärme nach außen ab und während der Unterdruckhalbperiode Wärme von außen zu. Beide Wärmemengen sind gleich. Während der Überdruckhalbperiode befindet sich in der Grenzschicht aber infolge der größeren Dichte eine größere Gasmasse als während der Unterdruckhalbperiode. Deshalb ist die Abkühlung während der Überdruckhalbperiode durch die abfließende Wärmemenge geringer als die entsprechende Erwärmung während der Unterdruckhalbperiode durch die gleiche zufließende Wärmemenge. Wir erhalten so eine Aufheizung der Grenzschicht, die entsprechende Energie wird der Schwingungsenergie entzogen (durch die Wärmeleitung der Wand wird diese Aufheizung allerdings wieder verhindert). Diese Aufheizung findet auch an den Stellen der Wand statt, wo keine zur Wand parallele Schnellekomponente vorhanden ist, wie etwa an den Stirnflächen eines Zylinderresonators bei Längsschwingungen oder den Schwingungen nullter Ordnung einer Kugel, während wir auf Grund der Betrachtung nach [1] an diesen Stellen keine Dämpfung erhalten, da hier keine Reibung stattfindet.

Diese noch fehlende Dämpfung soll hier berechnet werden. Das Ergebnis werden wir an einem Beispiel, das sich leicht rechnen läßt, mit der exakten Lösung der Differentialgleichungen vergleichen.

## 2. Die Berechnung der Verluste in der Wärmegrenzschicht.

Nach [1] S. 71 Z. 2 v. u. und (I, 20)<sup>1</sup> ist die Temperaturverteilung in der Grenzschicht gegeben durch

$$T = T_{id}^* \left( 1 - e^{-y \sqrt{\frac{\varrho_0 \alpha c_p}{\lambda}}} \right) e^{\alpha t}$$

<sup>1</sup> Die Bezeichnung (I, 20) u. ähnliche mag auf die entsprechende Gleichung der Arbeit [1] hinweisen.

oder, wenn wir nur den Realteil betrachten,

$$T = T_{id}^* \left[ \cos \omega t - e^{-y \sqrt{\frac{\varrho_0 \alpha c_p}{\lambda}}} \cos \left( \omega t - y \sqrt{\frac{\varrho_0 \omega c_p}{\lambda}} \right) \right]$$

Die während der Zeit  $dt$  durch die Fläche  $F$  abfließende Wärme ist

$$dQ = \lambda \left( \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} F \cdot dt = T_{id}^* \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 \omega c_p}{2}} F \cdot dt (\cos \omega t - \sin \omega t)$$

Die Integration über eine Periode gibt den Wert  $Q =$  d. h. zu- und abfließende Wärme ist gleich. Die Abkühlung eines Volumens  $V$  in der Grenzschicht durch die abfließende Wärmemenge  $dQ$  ist dann

$$d\Delta T = \frac{dQ}{\varrho c_v V} = \frac{T_{id}^*}{\varrho c_v V} \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 \omega c_p}{2}} F \cdot dt (\cos \omega t - \sin \omega t)$$

Die Dichte  $\varrho$  ist jetzt eine Funktion der Temperatur  $T_{id}$ . Während aber im Innern des Resonators Druck und Dichte sich adiabatisch ändern, geschieht die Änderung an der Wand isotherm. Die Dichte ist proportional dem Druck zu setzen, der gleich dem Druck außerhalb der Grenzschicht ist, und dies Druck ist proportional der Temperatur, so daß auch Temperatur und Dichte proportional sind:  $\frac{\varrho}{\varrho_0} = \frac{T}{T_0}$ .

Diese Annahme erscheint zunächst etwas willkürlich, wird aber dadurch a posteriori gestützt, daß wir nun so die richtigen Ergebnisse erhalten. Beachten wir dann, daß  $T = T_0 + T_{id}^* \cos \omega t$  ist, so wird unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung

$$d\Delta T = \frac{T_{id}^* F}{\varrho_0 c_v V} \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 \omega c_p}{2}} (\cos \omega t - \sin \omega t) \left( 1 - \frac{T_{id}^*}{T_0} \cos \omega t \right) dt$$

Während einer Periode erwärmt sich das Volumen um den Betrag

$$\Delta T = - \int_0^{2\pi/\omega} \frac{d\Delta T}{dt} dt = \frac{\pi T_{id}^{*2} F}{\varrho_0 c_v V T_0} \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 c_p}{2 \omega}}$$

d. h., daß dem Resonator während einer Periode die Energie

$$Q = \varrho_0 c_v V \cdot \Delta T = \frac{\pi T_{id}^{*2} F}{T_0} \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 c_p}{2 \omega}}$$

entzogen und in Wärme umgewandelt wird.

Der Dämpfungskoeffizient ergibt sich dann nach (I, 11) zu

$$\varepsilon = \frac{\omega}{4 \pi E_0} Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda c_p \omega}{2 \varrho_0}} \cdot \frac{T_{id}^{*2} F}{\int_V v^2 dV}$$

Wir müssen hier noch  $v^*$  und  $T_{id}^*$  miteinander vergleichen und formen zu diesem Zweck das Integral nach dem GREENSchen Satz um, wie das schon in [1] S. 70 Z. 21 v. o. gezeigt wurde:

$$E_0 = \frac{\varrho \omega^2}{2 c_0^2} \int_V \Phi^{*2} dV.$$



Ein Vergleich mit (I, 15) zeigt, daß

$$\Phi^* = \frac{c_0^2}{\kappa \varrho_0 \omega} \left[ \varrho^* - \left( \frac{\partial \varrho}{\partial T} \right)_p \cdot T^* \right]$$

(Auf die Phase kommt es hier nicht an.) Im Innern des Resonators erfolgen die Schwingungen adiabatisch:

$T \cdot \varrho^{1-\kappa} = \text{const.}$ ; das gibt  $\varrho^* = \frac{\varrho_0}{\kappa-1} \cdot \frac{T_{id}^*}{T_0}$ , also

$$\Phi^* = \frac{c_0^2}{\kappa \varrho_0 \omega} \left[ \frac{1}{\kappa-1} \frac{\varrho_0}{T_0} - \left( \frac{\partial \varrho}{\partial T} \right)_p \right] T_{id}^*$$

und damit

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda \varrho_0 c_p \omega}{2}} \frac{\kappa^2 \varrho_0}{T_0 c_0^2} \cdot \frac{1}{\left[ \frac{1}{\kappa-1} \frac{\varrho_0}{T_0} - \left( \frac{\partial \varrho}{\partial T} \right)_p \right]^2} \cdot \frac{\Phi_F^* \cdot F}{\int \Phi^{*2} dV}$$

wo unter  $\Phi_F$  der Wert von  $\Phi$  an der Wand zu verstehen ist. Für ein ideales Gas, in welchem die Zustandsgleichung (I, 3a) mit  $R = c_p - c_v$  gilt, läßt sich diese Gleichung durch einfache Rechnungen noch zu

$$\varepsilon = -\frac{\kappa-1}{2} \sqrt{\frac{\lambda \omega}{2 \varrho_0 c_p}} \frac{\Phi_F^* F}{\int \Phi^{*2} dV}$$

vereinfachen.

### 3. Die Dämpfung einer Kugel.

Für die Schwingungen nullter Ordnung einer Kugel gilt:

$$\Phi = C \frac{J_{1/2}(h r)}{\sqrt{h r}} e^{i \omega t} \quad \text{mit} \quad h = \frac{\omega}{c_0}$$

(vgl. [1], S. 70, Z. 5 v. u.). Die Durchführung der Rechnung gibt mit  $F = 4 \pi r_0^2$

$$\varepsilon = -\frac{\kappa-1}{r_0} \sqrt{\frac{\lambda \omega}{2 \varrho_0 c_p}}$$

Wir können dieses Ergebnis an der exakten Rechnung prüfen und beschränken uns dabei natürlich nur wieder auf den Einfluß der Wärmeleitfähigkeit, setzen also  $\mu = 0$ . Die Lösung von (I, 19) ist

$$Q_n = \frac{J_{1/2}(\beta_n r)}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \beta_n r}{r}$$

Nach (I, 18) ist dann

$$T^* = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_1 \sin \beta_1 r + A_2 \sin \beta_2 r}{r}$$

und nach (I, 16) (wir führen die Rechnung der Einfachheit halber nur für ein ideales Gas durch):

$$v^* = -\frac{1}{\alpha} \text{grad}$$

$$\left[ A_1 \left( \frac{\lambda}{\varrho_0 \alpha} \beta_1^2 + c_p \right) Q_1 + A_2 \left( \frac{\lambda}{\varrho_0 \alpha} \beta_2^2 + c_p \right) Q_2 \right]$$

Wir beachten wieder, daß nach (I, 17a)

$$c_p - \frac{\lambda}{\alpha \varrho_0} \beta^2 = \left( \frac{\alpha}{\beta^2} - \frac{\lambda}{c_v \varrho_0} \right) \frac{\alpha c_p}{c_0^2}$$

ist. Damit wird

$$v_r = -\frac{c_p}{c_0^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ A_1 \left( \frac{c_0^2}{\alpha} - \frac{\lambda}{\varrho_0 c_p} \right) \frac{d \sin \beta_1 r}{dr} - A_2 (\kappa-1) \frac{\lambda}{\varrho_0 c_p} \frac{d \sin \beta_2 r}{dr} \right\}$$

Die Randbedingungen  $v_r = 0$  und  $T = 0$  für  $r = r_0$  lauten dann:

$$\begin{aligned} & -A_1 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{c_p}{\alpha} - \frac{\lambda}{\varrho c_0^2} \right) \beta_1^2 F(\beta_1 r_0) \\ & + A_2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\kappa-1) \frac{\lambda}{\varrho_0 c_0^2} \beta_2^2 F(\beta_2 r_0) = 0, \\ & A_1 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \beta_1 r_0}{r_0} + A_2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \beta_2 r_0}{r_0} = 0, \end{aligned}$$

wo zur Abkürzung  $F(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$  gesetzt ist.

Das führt auf die Frequenzgleichung

$$\left( c_p - \frac{\lambda \alpha}{\varrho_0 c_0^2} \right) \beta_1^2 \frac{F(\beta_1 r_0)}{\sin \beta_1 r_0} + (\kappa-1) \frac{\lambda \alpha}{\varrho_0 c_0^2} \beta_2^2 \frac{F(\beta_2 r_0)}{\sin \beta_2 r_0} = 0$$

Wir lösen sie in üblicher Weise, indem wir  $\alpha = i \omega_0 + \alpha'$  und  $\beta_1 = \frac{\omega_0}{c_0} + \beta_1'$  setzen, wobei  $\alpha'$  und  $\beta_1'$  kleine Größen sind, für  $\frac{F(\beta_1 r_0)}{\sin \beta_1 r_0}$  das erste Glied der TAYLORSchen Reihe anschreiben und beachten, daß, wenn  $\lambda$  klein ist,  $\beta_2$  sehr groß wird. Wir erhalten dann

$$\alpha' = -\frac{\kappa-1}{2} \frac{\lambda}{\varrho_0 c_p} \frac{\omega^2}{c_0^2} - (\kappa-1) \frac{1+i}{r_0} \sqrt{\frac{\lambda \omega}{2 \varrho c_p}}$$

Der Realteil von  $\alpha'$  ist die Dämpfung, der erste Summand ist die innere Dämpfung, der zweite die Dämpfung durch die Wärmeableitung und gleich dem obigen, aus unserer Näherungsrechnung folgenden Wert.

### 4. Die Dämpfung an den Stirnflächen eines Zylinders.

Für die Längsschwingungen in einem Zylinderresonator ergibt sich jetzt eine zusätzliche Dämpfung an den beiden Stirnflächen. Hier ist nach (I, 12)

$$\Phi = C \cdot \cos \frac{\pi m x}{l} e^{i \omega t}$$

Daraus folgt für beide Stirnflächen ( $F = 2 \pi R^2$ )

$$\varepsilon = -2 \frac{\kappa-1}{l} \sqrt{\frac{\lambda \omega}{2 \varrho_0 c_p}}$$

An dieser Stelle ist deutlich die Überlegenheit unserer Grenzsichtbetrachtungen über die exakten Rechnungen zu erkennen. Denn mit diesen ist die Berechnung des Einflusses der Stirnwände bisher nicht möglich gewesen. Man hat immer nur mit dem unendlich langen Zylinder rechnen können. Infolgedessen sind alle bisher angegebenen Dämpfungswerte eines Zylinders etwas zu klein. Dieser Fehler beträgt bei den Messungen von KNÖTZEL [3] etwa 5% und reicht allerdings nicht aus, um den um etwa 14% zu hoch gemessenen Wert zu erklären.

**Literatur.** [1] VOELZ, K.: Z. angew. Physik 3, 67 (1951).  
— [2] CREMER: Arch. d. elektr. Übertragung 2, 136.  
[3] KNÖTZEL, H. und L.: Ann. d. Phys. (6) 2, 393 (1948).

Dr. K. VOELZ, Braunschweig-Lehndorf, Mettlacher Str. 30.



Ein elektrostatisches Differentialmanometer mit einer Empfindlichkeit von  $2 \cdot 10^{-6}$  Torr/Stk

Von E. W. BECKER und O. STEHL.

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 9. Juni 1951.)

Anlässlich einer Untersuchung über die Zähigkeit von ortho- und para-Wasserstoff bei tiefen Temperaturen [1] haben wir ein elektrostatisches Differentialmanometer entwickelt, dessen große Empfindlichkeit und Nullpunktskonstanz seine genauere Beschreibung rechtfertigen dürfte.

Das Grundprinzip dürfte bekannt sein: Ein zylindrisches Gehäuse ist senkrecht zur Achse durch eine dünne Aluminiumfolie in zwei gasdichte Kammern geteilt, an welche die zu messende Druckdifferenz gelegt wird. Die resultierende Durchbiegung der Membrane ändert die Teilkapazitäten des aus zwei starren

Leitungen 9 verschlossen. Die Deckel tragen einm die Elektrodenanschlüsse 10, die aus eingekittet Glasschliffen mit Drahteinschmelzung bestehen, zu anderen die Gaszuleitungen 11.

Die Kammer ist auf einem massiven Sockel b festigt, an dem zwei Metallschliffe angebracht sind, d mit den Schraubverschlüssen 11 durch 8 mm wei Tombakschläuche verbunden sind. Dadurch kann d Kondensatorkammer leicht aus der Druckmeßanor nung herausgenommen werden, ohne daß die an de Schliffen befestigten starren Gaszuleitungen entfer werden müssen.

Schnitt A-A

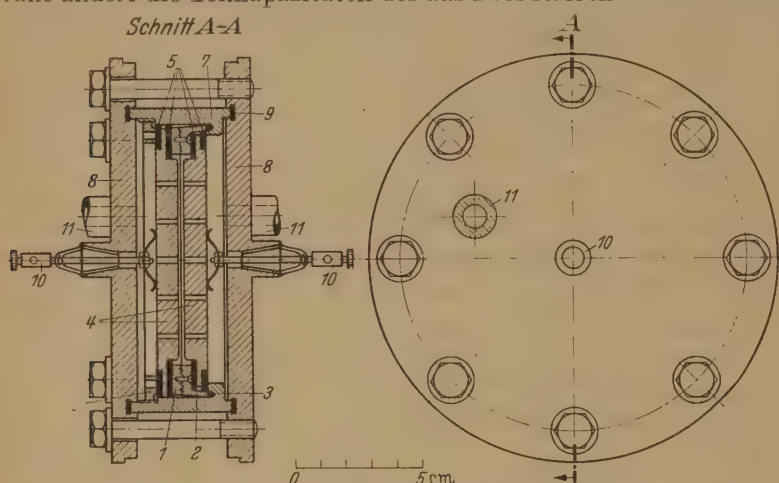


Abb. 1. Konstruktionszeichnung des Druckmeßkondensators.

Elektroden und der Membrane bestehenden Differentialkondensators und verstimmt die vorher abgeglichenen, aus dem Differentialkondensator und zwei festen Kapazitäten bestehende Hochfrequenzbrücke. Der resultierende Brückenstrom wird verstärkt, gleichgerichtet und mit einem Zeigergalvanometer gemessen. Er stellt ein Maß für die Membrandurchbiegung und damit für die Druckdifferenz dar. Das Manometer arbeitet bei dichter Membrane absolut statisch. Seine Empfindlichkeit ist unabhängig vom Absolutdruck.

## Aufbau der Kondensatorkammer.

Abb. 1 zeigt eine Konstruktionszeichnung des verwendeten Druckmeßkondensators. Die  $15 \mu$  starke Aluminiumfolie<sup>1</sup> ist in dem aus zwei Messingringen bestehenden Membranhalter 1 straff eingespannt. Einer der Ringe ist mit einem Kragen 2 versehen, der zusammen mit dem Gummiring 3 die gegenseitige Abdichtung der Kammerhälften besorgt. Die starren, mit Löchern versehenen Messingelektroden 4 werden unter Zwischenschaltung von Plexiglasringen 5 durch einen Gewinding 6 auf den Membranhalter 1 gepreßt, wobei die Stärke der Plexiglasringe so gewählt ist, daß sich ein Abstand von 0,1 mm zwischen Membrane und Elektrode ergibt. Das zylindrische Aluminiumgehäuse 7 ist durch Messingdeckel 8 über Gummi-

## Die elektrische Schaltung.

In Abb. 2 ist die Gesamtschaltung des Druckmeßgerätes wiedergegeben. Der quartzgesteuerte Sender (6 Mhz) besteht aus einer Erreger- und einer Verstärkerstufe. Er ist über Luftspulen an die Hf-Brücke angekoppelt, die mit dem Differentialkondensator D abgeglichen bzw. willkürlich verstimmt werden kann (s. unten). Der Brückenstrom wird dem zweistufigen selektiven Hochfrequenzverstärker zugeführt, welcher nach der Verstärkung durch eine Diode gleichgerichtet und mit dem Zeigergalvanometer M (Stromkonstante =  $1 \cdot 10^{-6}$  A/Skt.) gemessen wird. Der Anlaufstrom der Diode kann durch eine mit den Widerständen R regeldbare Gegenspannung kompensiert werden.

den. Die Gegenspannung dient auch zur Kompensation des Brückenstromes, der durch absichtliche Verstimmung der Brücke (zur Vorzeichenbestimmung von  $\Delta p$ , s. unten) hervorgerufen wird.

Die vom Netzteil gelieferte Anodenspannung wird in der üblichen Weise mit Eisenwasserstoffwiderstand und Glimmstrecke konstant gehalten, während die Netzspannung magnetisch vorstabilisiert wird, damit auch Schwankungen der Röhrenheizung möglichst vermieden werden.

Sender, Brücke, Verstärker und Netzteil sind, gegeneinander abgeschirmt, in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht, das neben dem Meßkondensator auch das Anzeigeinstrument samt Empfindlichkeitsregler enthält. Letzteres kann für Registrierzwecke durch einen Tintenschreiber ersetzt werden.

## Arbeitsweise.

Die Kurve a in Abb. 3 zeigt schematisch den Ausschlag des Galvanometers in Abhängigkeit von der Brückenverstimmung, die mit dem Differentialkondensator D (vgl. Abb. 2) eingestellt werden kann. Auf beiden Seiten des relativ flachen Minimums ist die Kurve über ein längeres Stück gerade, bis sich schließlich Sättigungserscheinungen des Verstärkers bzw. nicht-lineare Membrandurchbiegungen bemerkbar machen.

<sup>1</sup> Die Folie ist zur Abdichtung eventueller Undichtigkeiten auf beiden Seiten mit Zaponlack überzogen.



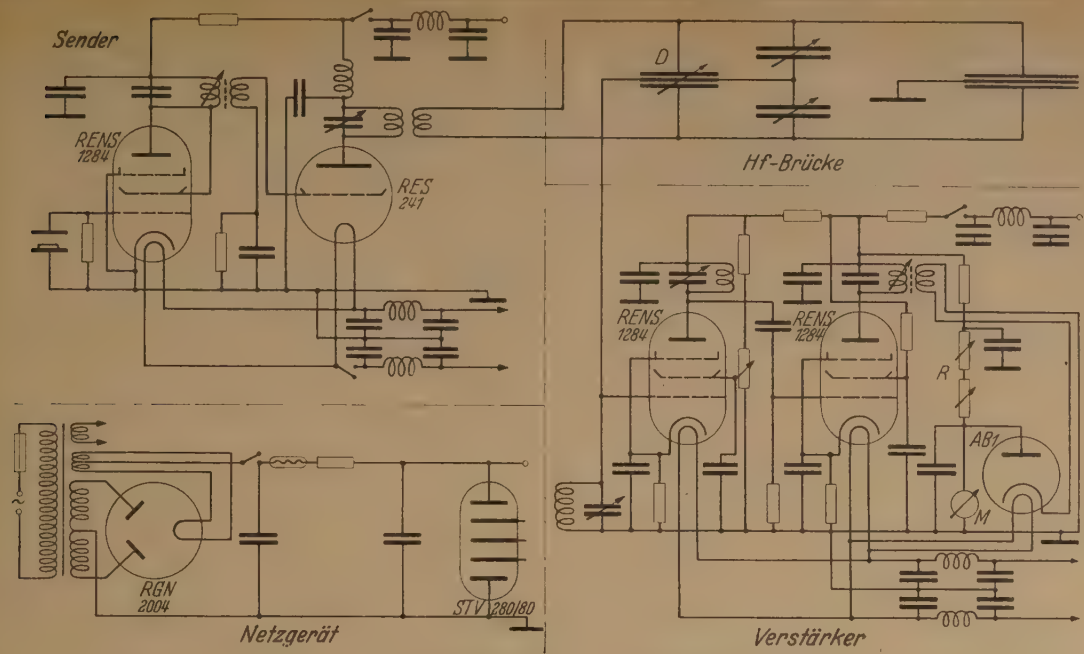


Abb. 2. Gesamtschaltung des Druckmeßgerätes.

Damit das Gerät nicht nur den Absolutbetrag, sondern auch das Vorzeichen der Druckdifferenz  $\Delta p$

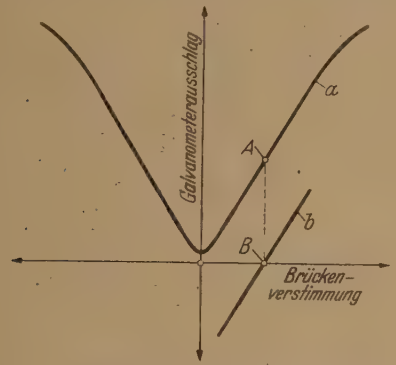


Abb. 3. Abhängigkeit des Galvanometerausschlages von der Brückenverstimmung (schematisch).

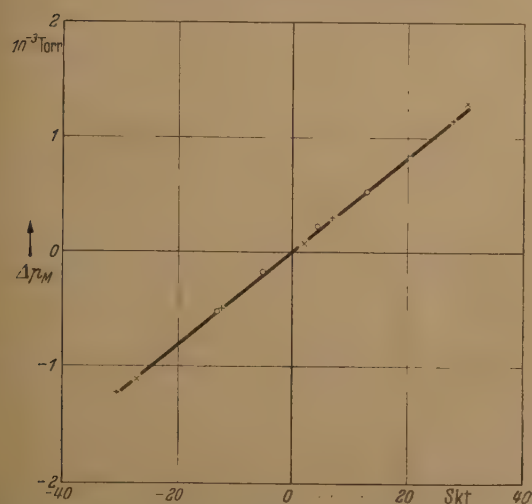


Abb. 4. Eichkurve des Druckmeßgerätes bei verschiedenen Absolutdrucken (○ = 50 Torr, + = 500 Torr, × = 760 Torr). Galvanometerempfindlichkeit =  $\frac{1}{10}$  der vollen Empfindlichkeit.

anzeigt, wird zunächst bei  $\Delta p = 0$  durch Verdrehen des Differentialkondensators (vgl. Abb. 2) auf die Mitte eines der geraden Bereiche eingestellt (Punkt A in Abb. 3). Der Galvanometerausschlag wird sodann

mit der durch die Widerstände  $R$  (vgl. Abb. 2) regelbaren Kompensationsspannung zurückgeholt (gestrichelte Linie). Es ergibt sich dadurch der Punkt  $B$  und die Arbeits-„gerade“  $b$ , die den Ausschlag des Galvanometers<sup>1</sup> in Abhängigkeit von einer Brückenverstimmung wiedergibt, die nunmehr durch die zu messende Druckdifferenz hervorgerufen werden kann. Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß die Richtung des Galvanometerausschlages bei dieser Arbeitsweise vom Vorzeichen der Druckdifferenz abhängt.



Abb. 5. Nullpunktskonstanz des Druckmeßgerätes in der höchsten Empfindlichkeitsstufe (Registrierstreifen des Tintenschreibers).

### Empfindlichkeit und Nullpunktskonstanz.

Zur Eichung wurde eine Auftriebsanordnung verwendet, wie sie von LEHRER [2] beschrieben worden ist. Die Eichung wurde bei verschiedenen Absolutdrucken durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb. 4 dargestellt. Wie zu erwarten war, ist die Empfindlichkeit des Druckmeßgerätes unabhängig vom Absolutdruck. Sie beträgt in der höchsten Empfindlichkeitsstufe des verwendeten Zeigerinstrumentes  $2 \cdot 10^{-6}$  Torr/Skt. Zum Beweis, daß in dieser Stufe durchaus noch gemessen werden kann, ist in Abb. 5 ein Registrierstreifen des Tintenschreibers wiedergegeben, der die hervorragende Nullpunktskonstanz demonstriert.

Die Eichkurve ist bei Verwendung einer Aluminiumfolie von  $15 \mu$  Dicke bis herauf zu etwa  $2 \cdot 10^{-2}$  Torr Druckdifferenz praktisch linear. Höhere Druckdifferenzen werden zweckmäßig mit einer stärkeren Membrane gemessen.

<sup>1</sup> Der Galvanometer-Nullpunkt liegt in der Mitte der Skala.



*Zusammenfassung.*

Es wird ein elektrostatisches Differentialmanometer beschrieben, das bei beliebigem Absolutdruck Druckdifferenzen mit einer Empfindlichkeit von  $2 \cdot 10^{-6}$  Torr/Skt. zu messen und zu registrieren gestattet.

Herrn Professor Dr. W. WALCHER danken wir für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse.

**Literatur.** [1] BECKER, E. W. u. O. STEHL: Naturwiss. 301 (1951). — [2] LEHRER: Ann. d. Phys. 81, 229 (1926).

Doz. Dr. E. W. BECKER und O. STEHL,  
Marburg/Lahn, Physikalisches Institut der Universität.

## Temperaturmessung nach der Methode der Linienumkehrung bei kurzzeitigen aperiodischen Vorgängen.

Von FRITZ RÜSSLER, Weil/Rh.

Mit 6 Textabbildungen.

(Eingegangen am 13. Juli 1951.)

*Problemstellung.*

KURLBAUM [1] gab ein Verfahren an, das unter Verwendung einer Hilfslampe die direkte Bestimmung der wahren Temperatur von leuchtenden Flammen gestattet. FÉRY [2] übertrug dieses Verfahren auf nichtleuchtende Flammen, die durch Na angefärbt lediglich dessen Resonanzlinie ausstrahlten. Diese Methode der „Linienumkehr“ ist seitdem in zahlreichen Fällen angewandt worden. Der wesentliche Vorzug des Verfahrens besteht vor allen Dingen darin, daß sofort die wahre Temperatur der Flamme gemessen wird, ohne irgendwelche Aussagen über Schichtdicke oder Absorptionsvermögen zu benötigen. Die Messungen sind an zahlreichen stationären Flammen ausgeführt worden. Sie konnten auf nichtstationäre Vorgänge übertragen werden, wenn diese periodisch verliefen. Bei Verbrennungsmotoren beispielsweise wurde dann so gearbeitet, daß durch eine mit dem Motor synchron laufende Schlitzscheibe stets ein definierter Zeitmoment der Verbrennung herausgegriffen worden ist. Für diesen konnte nach dem üblichen Umkehrverfahren die Temperatur bestimmt werden. Sobald es sich aber um kurzfristig einmalig ablaufende Vorgänge handelt, versagen die bisherigen Verfahren. Trotz vieler in dieses Gebiet hineingesteckter Arbeit ist bisher noch keine Möglichkeit bekannt geworden, in solchen Fällen eine Temperaturmessung auszuführen<sup>1</sup>. Hier soll die neu entwickelte Meßmethode eingreifen, die den Gegenstand dieser Arbeit darstellt.

Die allgemein für die Anwendbarkeit des Umkehrverfahrens notwendige Voraussetzung der Gültigkeit des KIRCHHOFFSchen Gesetzes (thermisches Gleichgewicht) muß natürlich auch in unserem Falle erfüllt sein. Ebenso werden, wie stets bei diesen Messungen, die Ergebnisse der Temperaturmessung durch das Vorhandensein eines Temperaturgradienten [4] beeinflusst. Diese Fragen sollen hier jedoch nicht weiter behandelt werden, sondern die Ausführungen sollen lediglich auf die Entwicklung einer Meßmethode für den aperiodischen Fall beschränkt werden.

**Methode<sup>2</sup>.***Prinzip.*

Wie bekannt, beruht das Umkehrverfahren auf einer solchen Abgleichung der Helligkeit einer kon-

tinuierlich strahlenden Vergleichslichtquelle<sup>3</sup>, daß die von der Flamme nur ausgesandte Linie in dem kontinuierlichen Untergrund vollständig verschwindet. Jede im Strahlengang vorkommende Schwächung der Vergleichslichtes muß dabei berücksichtigt werden. Auf Grund des WIENSchen Strahlungsgesetzes kann jeder Intensität eine schwarze Temperatur zugeschrieben werden. Die auf solche Weise für den Ort der Flamme berechnete schwarze Temperatur der Vergleichslichtquelle gibt dann direkt die wahre Temperatur der Flamme an.

Bezüglich einer bequemen Herleitung des Umkehrverfahrens sei auf HOFFMANN und TINGWALDT [5] verwiesen (s. auch Gl. (5) S. 25). Im Prinzip wird die Schichtdicke der Flamme dadurch eliminiert, daß sie einmal in das Emissionsvermögen der Flamme und dann in die Absorption der Hilfsstrahlung eingeht. Beide Einflüsse kompensieren einander.

Es ist von vornherein klar, daß bei einem schnell verlaufenden aperiodischen Vorgang diese Abgleichung nicht vorgenommen werden kann. Man muß vielmehr zu einer automatischen Registrierung schreiten. Als solche bietet sich die photographische Aufnahme auf einer rotierenden Trommel an. Der Augenblick der Umkehr muß sich selbständig aufzeichnen.

Moduliert man die Vergleichsstrahlung periodisch mit einer dem Vorgang angepaßten Frequenz so, daß die Strahlung nach einem als bekannt vorausgesetzten Gesetz vom Maximalwert bis zu Null variiert, dann wird, falls die maximale Strahlung überhaupt dazu ausreicht, eine Stelle gegeben sein, bei der die Umkehr stattfindet. Wiederholt man diese Modulation häufig genug, so erhält man mehrere solche Punkte mit Linienumkehr. Aus der Geometrie der Aufnahme folgt mittels der bekannten Gesetzmäßigkeit der Schwächung die Größe der Modulation für den Augenblick der Linienumkehr, damit die Schwächung der Vergleichsstrahlung und schließlich die gesuchte wahre Temperatur der Flamme für eine Reihe von Einzelpunkten.

*Anordnung.*

Die Anordnung ist die für eine Umkehrmessung übliche. Sie ist in Abb. 1 schematisch dargestellt. Die zusätzliche Lichtquelle  $L$  wird zunächst in die Flamme  $F$  hinein und dann mit der Flamme zusammen auf de-

<sup>1</sup> Auch PENNER nennt in seinem zusammenfassenden Aufsatz über Temperaturmessungen an Raketenstrahlen nur das Zweifarbenverfahren und gibt keine gesicherten Werte für die wahre Temperatur an. Siehe [3].

<sup>2</sup> Das Prinzip der Methode wurde in größerem Zusammen-

hang am 12. 2. 51 im Freiburger physikalischen Kolloquium vorgetragen.

<sup>3</sup> Eine weitere Bedingung wird an die Vergleichslichtquelle nicht geknüpft, im besonderen braucht sie nicht schwarz zu strahlen.



Spalt  $S$  des Spektrographen  $Sp$  abgebildet. Das Spektrum wird auf der rotierenden Trommel  $T$  aufgenommen. Neu gegenüber früher bekannten Anordnungen kommt hier eine Modulationsanordnung  $M$  für die Lichtstrahlung hinzu. Diese Vorrichtung benutzt eine rotierende Polarisationsfolie und besitzt daher eine verhältnismäßig geringe maximale Durchlässigkeit. Aus diesem Grunde reichte häufig die Intensität einer Bandlampe nicht mehr aus, und es mußte mit dem positiven Krater eines Kohlebogens gearbeitet werden. Als Flamme wurde zur Erprobung der Methode eine nicht-leuchtende Bunsenflamme verwandt, die durch eine NaCl-Perle angefärbt wurde. Die benutzten Trommelkameras waren von LEYBOLD bzw. selbst angefertigt und liefen mit nur geringen Touren (0,2—1 m/sec). Es wurde ein Steinheil- bzw. ein Zeiß-Dreiprismenspektrograph verwandt.

### Modulation.

Eine definierte zeitliche Modulation läßt sich für kurze Zeiten durch eine fallende Blende [6] erreichen, die ein Objektiv nur kurzfristig freigibt. Mit einem rotierenden Ausschnitt als Blende ist ein Versuchsaufbau auch ausgeführt worden. Er hat aber den Nachteil, daß er eine saubere Ausleuchtung der gesamten Öffnung des Objektivs und damit zusammenhängend eine genaue Justierung benötigt. Aus diesem Grunde wurde eine Kombination von einer rotierenden mit einer feststehenden Polarisationsfolie vorgezogen. Das hindurchtretende Licht ändert sich dann mit  $\cos^2 \varphi$ , wenn  $\varphi$  den Winkel zwischen den Polarisations-ebenen beider Folien angibt. Die drehbare Polarisationsfolie des Gerätes für die Modulation läuft auf Kugellagern. Die bisher maximal benutzte Umdrehungsgeschwindigkeit betrug 3000 U/min. In gegebenen Fällen dürfte sich aber auch eine Tourenzahl von 30000 U/min verwirklichen lassen.  $\varphi$  wird eine periodische Funktion der Zeit  $\varphi = 2\pi \nu t = \omega t$ .

### Polarisation.

Es ist zweckmäßig, die  $\varphi$ -Abhängigkeit experimentell zu prüfen, da bei gewissen Folien durchaus Abweichungen von dem  $\cos^2 \varphi$ -Gesetz vorkommen können. Experimentelle und theoretische Werte paßten in unserem Falle für die benutzten Folien befriedigend zueinander. Bei größeren eventuell auftretenden Differenzen benutzt man zweckmäßig die experimentelle Kurve zur Auswertung.

Die Verwendung von polarisiertem Licht bedingt gewisse Besonderheiten, die beim praktischen Arbeiten durchaus beachtet werden müssen. Da das durch einen Spektrographen gehende Licht durch die Brechung an den Glasflächen des Prismas stets teilweise polarisiert wird, wirkt der Spektrograph als Analysator. Die Durchlässigkeit des Spektrographen ist also bei schon polarisiert einfallendem Licht durchaus von der Polarisations-ebene des letzteren abhängig. Zweckmäßigerweise bestimmt man die Durchlässigkeit experimentell, indem der Photostrom hinter dem Spektrographen mit bzw. ohne Polaroid gemessen wird. Die Werte werden durch Gl. (1) wiedergegeben, die man auf Grund einfacher, hier nicht wiederzugebender Überlegungen auch zu erwarten hat.

$$D^* = D_s \cos^2 \varphi = d^2 \cos^2 \varphi \frac{\beta + (1 - \beta) \cos^2 \alpha}{1 + \beta}. \quad (1)$$

$\beta$  mißt dabei den durch den Spektrographen nicht polarisierten Anteil des Lichts,  $\alpha$  gibt den Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen des letzten Polaroids vor dem Spektrographen und dem Spektrographen und  $d$  die reine durch Graufärbung und Reflexionsverluste bedingte Durchlässigkeit eines einzelnen Polaroids an. Um eine Abhängigkeit des  $\alpha$  von  $\varphi$  und damit von der Zeit zu vermeiden, um also

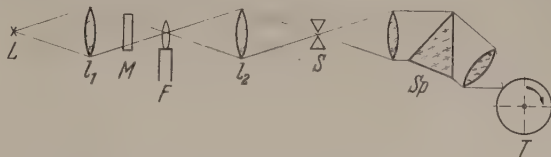


Abb. 1. Anordnung zur Temperaturmessung nach der Linienumkehrmethode.

eine symmetrische  $\cos^2 \varphi$ -Funktion zu erhalten, ist es notwendig, die Anordnung in folgender Reihenfolge vorzunehmen:

Hilfslichtquelle, rotierendes Polaroid, festes Polaroid, Spektrograph. Die Stellung des festen Polaroides bedingt den für den Versuch konstanten Wert  $D_s$ , der entweder aus (1) berechnet oder direkt experimentell ein für alle mal bestimmt wird.

### Aufnahme und Auswertung.

In Abb. 2. ist das Verhalten der Na-Linie in einer schematischen Skizze dargestellt<sup>1</sup>. In Gebieten, wo die Vergleichsstrahlung so schwach ist, daß sie photographisch gar nicht wirksam wird, ist nur die Na-Linie der Flamme allein zu sehen. Auch nach dem Hervor-



Abb. 2. Auswertung der Aufnahme der Temperaturmessung nach der Linienumkehrmethode.

treten des Untergrundes ist die Na-Linie noch zu erkennen. Sie wird (in der Originalaufnahme) allerdings beständig undeutlicher, bis sie an einer Stelle vollständig im Kontinuum verschwindet. Eine gewisse Strecke lang ist das Kontinuum durch die Linie gar nicht gestört. Später tritt dann die Linie in selbst umgekehrter Form wieder auf. Durch den starken kontinuierlichen Untergrund ist die Schwärzung der Linie hinter derjenigen der Nachbarschaft zurückgeblieben. Dieser Verlauf wiederholt sich nun periodisch. Der Bereich des Verschwindens der Linie, des Überganges von Emissionslinie zur selbst umgekehrten Linie ist derjenige, der den Temperaturwert in der Flamme charakterisiert. Zur Auswertung hat man die mittlere Position des in Frage stehenden Bereiches zu nehmen (siehe später). Die Strecke  $a$  in Abb. 2 gibt die halbe Periode des Modulators an, entspricht also  $180^\circ$ .

<sup>1</sup> Die Originalaufnahme zu Abb. 2 ließ bei der Reproduktion die feinen Linien nicht mehr erkennen, ein an sich bedenklicher Versuch sie zu verstärken, mißlang, so muß auf ihre Wiedergabe verzichtet und auf ein Beispiel in Abb. 6 verwiesen werden, wo allerdings auch viel von den Feinheiten des Originals verloren ging.



Der Strecke  $b$  in gleichem Maßstab ist dann der Winkel  $2\varphi$  zuzuordnen:  $\frac{a}{180} = \frac{b}{2\varphi}$ . Die Schwächung gegenüber dem Maximalwert beträgt  $\cos^2\varphi$ ; genauer (unabhängig von der Erfüllung des  $\cos^2\varphi$ -Gesetzes) kann man sie der Durchlässigkeitskurve der beiden Polaroiden direkt entnehmen. Das Charakteristische an dieser Auswertung ist, daß man ohne jedes Photometrieren mit einer reinen Längenmessung auskommt und daß die Messungen infolgedessen sehr schnell und einfach zum Ergebnis führen<sup>1</sup>. Mit geringer werdender Intensität der Vergleichslichtquelle, die durch Einschaltung von Graufiltern in den lampenseitigen Strahlengang erreicht werden kann, verschiebt sich der Umkehrpunkt nach der Mitte, die Strecke  $b$  wird also kleiner. Die Intensität und damit die schwarze Temperatur der Vergleichslichtquelle kann dann unter-

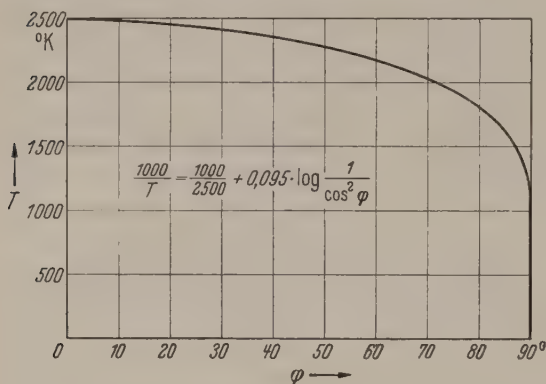


Abb. 3. Zusammenhang zwischen Temperatur und Winkel.

halb der Flammentemperatur zu liegen kommen. Dann tritt überhaupt kein Umkehrpunkt mehr auf. Beim praktischen Arbeiten mit einer unbekannten Flamme wird man also u. U. erst einige Vorversuche machen müssen, um mit der schwarzen Temperatur der Vergleichslampe über der wahren Temperatur der Flamme zu liegen.

#### Temperaturberechnung.

Ausgehend von der für die Wellenlänge  $\lambda_0$  der Flammenlinie geltenden schwarzen Temperatur  $B$  der Bandlampe, deren Wert wellenlängenabhängig ist, bzw.  $B = 3820^\circ \text{K}$  des positiven Kraters des Kohlebogens [7], die innerhalb eines gewissen Stromstärkebereiches und praktisch für alle sichtbaren Wellenlängen als eine Konstante angesehen werden kann, berechnet sich die unbekannte Flammentemperatur in folgender Weise: Durch die Absorption in der Optik vor der Flamme<sup>2</sup>, in evtl. Filtern und durch die selektive Absorption des polarisierten Lichtes im Spektrographen wird die Intensität nach Maßgabe des Faktors  $D_1 = D_0 \cdot D_F \cdot D_S$  und damit die schwarze Temperatur  $B$  auf den Wert  $S$  reduziert. Der Zusammenhang zwischen  $B$  und  $S$  ist durch das WIENSsche Gesetz gegeben, das nur logarithmiert zu

werden braucht, um Gl. (2) zu liefern.

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{B} = \frac{\lambda_0}{c_2} \cdot \ln \frac{1}{D_1} = \frac{0,0945}{1000} \cdot \log \frac{1}{D_1} \quad (2)$$

$$(D_1 = D_0 \cdot D_F \cdot D_S).$$

Für  $c_2$  ist dabei der Wert  $1,432 \text{ cm}^{-1}$  und für  $\lambda_0$   $5893 \text{ m}\mu$  verwandt worden. Die wahre Temperatur  $T$  der Flamme errechnet sich dann weiter aus  $S$  mit Hilfe der Durchlässigkeit  $D_2 = \cos^2\varphi$  bzw. dem aus der Eichkurve entnommenen Wert für  $D_2$ .

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{S} = \frac{\lambda_0}{c_2} \cdot \ln \frac{1}{D_2} \quad (3)$$

In Abb. 3 ist dieser Zusammenhang für  $S = 2500^\circ \text{K}$  graphisch dargestellt. Mit  $D = D_1 \cdot D_2$  kann man auch  $T$  direkt errechnen:

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{B} = \frac{\lambda_0}{c_2} \cdot \ln \frac{1}{D} \quad (4)$$

Häufig wird jedoch bei mehrfachen Rechnungen eine Aufteilung in die beiden Gleichungen (2) und (3) bequemer sein, da der 1. Faktor  $D_1$  sich stets wiederholt und damit  $S$  einen festen Wert beibehält.

#### Genauigkeit.

##### Dispersion und Spaltbreite.

Bereits aus früheren Untersuchungen von COHN [8] für visuelle Beobachtung weiß man, daß Spaltbreite und Dispersion des benutzten Spektrographen innerhalb gewisser Grenzen auf die Umkehrtemperatur keinen Einfluß haben. Lediglich bei breitem Spalt und geringer Dispersion ist die Umkehrung nicht mehr zu erkennen. Eine Vergrößerung der Spaltbreite über die förderliche [9] hinaus bringt ja auch keine Intensitätssteigerung für die Linie mehr, sondern nur noch für die kontinuierliche Strahlung. Obiges Ergebnis von COHN kann hier direkt übernommen werden. Mit verschiedenen Spaltbreiten angestellte Versuche ergaben auch keine Unterschiede in den Temperaturen, die die Fehlergrenzen überschritten. Wesentlich anders liegt es dagegen mit der Spalthöhe, auf deren Einfluß wir noch zu sprechen kommen werden.

Besitzt die Flamme, wie das häufiger der Fall ist, einen kontinuierlichen Untergrund, so unterlagert sich dieser sowohl der Linien- wie der kontinuierlichen Lampenstrahlung. Eine Gleichheit von Linien- und Lampenstrahlung wird daher durch das zusätzliche Kontinuum nicht gestört.

##### Konzentration.

Versuche mit verschiedenen starken Anfärbungen der Flamme ergaben mit geringer werdender Konzentration eine Verbreiterung des Umkehrbereiches. Dies wurde visuell im stationären Zustand beobachtet. In den konstant gehaltenen Gasstrom einer Bunsenflamme wurden mit Hilfe eines nach Art des LUNDGÄRDHschen angefertigten Zerstäubers wässrige Kochsalzlösungen verschiedener Konzentration mittels eines Luftstrahles konstanten Druckes gespritzt. Dabei wurde die Änderung der Flammentemperatur durch den Wassernebel als in allen Fällen von gleich großer Größe außer Betracht gelassen. Die Punkte des Verschwindens der hellen Linie im Kontinuum waren stets definiert. Diejenigen des Hervortretens der dunklen Linie aus dem Kontinuum waren es dagegen nur bei größeren Konzentrationen. Bei geringen Kon-

<sup>1</sup> Man wird eine Photometerkurve lediglich in solchen Fällen zu Hilfe nehmen, wo der Kontrast auf dem Film nicht ausreicht, um die Strecken  $a$  bzw.  $b$  genau genug abzulesen. Diese Notwendigkeit ist bei den hiesigen Versuchen allerdings bisher noch nicht aufgetreten.

<sup>2</sup> Eine Absorption hinter der Flamme ist belanglos, da sie Flamme und Vergleichslampe in gleicher Weise betrifft.



zentrationen hätte die Vergleichsbandlampe wesentlich höher belastet werden müssen, als es möglich war. Abb. 4 gibt als Funktion der Konzentration die schwarze Temperatur der Bandlampe für das Erscheinen der dunklen und das Verschwinden der hellen Linie. Als Mittelwert  $S$  zwischen den beiden eingezeichneten Kurven wird zwar immer der gleiche Wert gefunden, der nach Gl. (5) der Temperatur  $T$  der Flammen gleich ist, aber der Abstand der beiden Grenzkurven ( $S_1$  bzw.  $S_2$ ) vergrößert sich mit fallender Konzentration. Das muß auch so sein, denn für die Konzentration 0 muß der Übergang zur nicht angefärbten Flamme vollzogen sein.

Man kann dieses Anwachsen des Abstandes ( $S_1 - S_2$ ) mit geringer werdender Konzentration folgendermaßen verstehen: Nennt man die Strahlung eines schwarzen Körpers  $E$ , gibt durch den Index  $S$  bzw.  $T$  mit den Bedeutungen der Gl. (3) seine Temperatur an und bezeichnet mit  $\kappa$  den Absorptionskoeffizienten der Flamme, mit  $d$  die Schichtdicke bzw. Konzentration des absorbierenden Stoffes, so lautet die Bedingung der Umkehr in bekannter [5] Weise unter Zuhilfenahme des KIRCHHOFFSchen Gesetzes:

$$E_S \cdot e^{-\kappa d} + E_T (1 - e^{-\kappa d}) = E_S. \quad (5)$$

Diese Gleichung führt zu:  $E_S = E_T$ , d. h.  $S = T$ . Berücksichtigt man aber die Kontrastempfindlichkeit des Auges, so ist in obigem Ausdruck die Gleichheit nur bis auf einen Wert  $\Delta E$  erfüllt, der durch diese Kontrastempfindlichkeit gegeben ist. An Stelle von  $S$  werden in diesem Fall nur  $S_1$  und  $S_2$  experimentell bestimmt:

$$E_{S_{1,2}} \cdot e^{-\kappa d} + E_T \cdot (1 - e^{-\kappa d}) = E_{S_{1,2}} \pm \Delta E.$$

Die Entwicklung der  $e$ -Funktionen für kleine  $\kappa d$  ergibt:

$$E_T - E_{S_{1,2}} = \pm \frac{\Delta E}{\kappa d} = \pm \frac{\text{const}}{d}. \quad (6_{1,2})$$

$E_T$  ist in Gl. (6) als zur Flammentemperatur gehörig konstant.

Man kann also verstehen, daß  $E_T - E_S$  und damit die Temperaturdifferenz  $T - S$  mit fallender Konzentration größer wird. Das Entsprechende gilt wegen

$$E_{S_1} - E_{S_2} = + \frac{2 \text{ const}}{d} \quad (6a)$$

auch für  $S_1 - S_2$ . Die Addition von Gl. (6<sub>1</sub>) und (6<sub>2</sub>) ergibt:

$$2 E_T - (E_{S_1} + E_{S_2}) = 0.$$

Der Mittelwert von  $E_{S_1}$  und  $E_{S_2}$  liefert also  $E_T$  und damit  $E_S$ . Für nicht zu große Temperaturdifferenzen ist es erlaubt, diese Mittelung auch mit den Temperaturen selbst vorzunehmen:  $T = \frac{S_1 + S_2}{2} = S$ . Ganz entsprechende Überlegungen gelten für die registrierende Aufnahme auf Film mit der Intervallbreite  $c$  (Abb. 2). Prinzipiell besteht die Möglichkeit, mittels Gl. (6a) aus  $S_1 - S_2$  auf die vorliegende Konzentration der färbenden Substanz zu schließen.

<sup>1</sup> Nach S. 570 des Handbuches der Lichttechnik von SEWIG (Berlin, 1938) gilt für kleine  $\Delta E$ , daß der absolute Betrag der Kontrastempfindlichkeit für die helle Linie den gleichen Wert wie für die dunkle Linie hat. Daher unterscheidet sich Gl. (6) für  $S_1$  und  $S_2$  lediglich durch das Vorzeichen von  $\Delta E$ . Für kleine  $\Delta E$  wird man diesen Wert als konstant ansehen können, für größere sicher nicht mehr.

### Fehlerbetrachtung.

Das Intervall der Umkehr führt natürlich zu einer gewissen Undefiniertheit in der Temperaturmessung, die wir jetzt bestimmen wollen. Aus Gl. (3) mit  $D_2 = \cos^2 \varphi$  folgt ganz allgemein:

$$\Delta \left( \frac{1}{T} \right) = - \frac{\Delta T}{T^2} = - \frac{\lambda_0}{c_2} \cdot \frac{\Delta D_2}{D_2} = \frac{\lambda_0}{c_2} \cdot 2 \cdot \text{tg } \varphi \cdot \Delta \varphi \quad (7a)$$

$$\frac{\Delta T}{T} \sim 0,1 \cdot \frac{T}{1000} \cdot \text{tg } \varphi \cdot \Delta \varphi. \quad (7b)$$

Je stärker man sich dem Werte  $\varphi = 90^\circ$  nähert, um so größer wird in Übereinstimmung mit Abb. 3 der Fehler, der durch eine ungenaue Ablesung von  $\varphi$  entsteht. Man wird daher praktischerweise mit einem Winkel in dem Bereich von  $30$  bis  $70^\circ$  arbeiten. Ein kleiner Winkel gibt zwar eine größere Genauigkeit, verlangt aber andererseits eine bereits verhältnismäßig gute Kenntnis der zu messenden Temperatur. In Fällen, wo man den Vorgang mehrfach wiederholen kann,

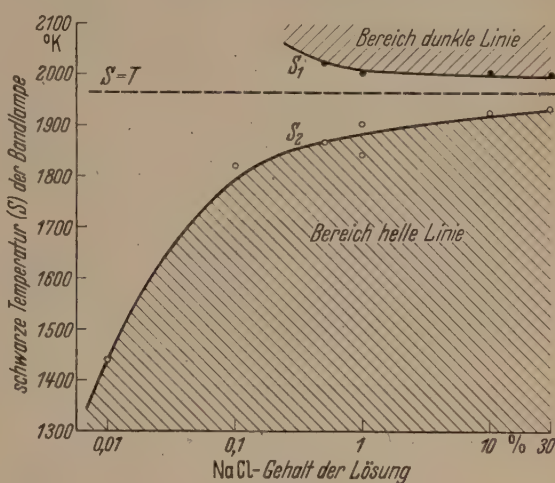


Abb. 4. Abhängigkeit der Linienumkehr von der Konzentration.

wird es sich daher empfehlen, zunächst eine angenäherte und anschließend eine genauere Messung auszuführen, bei der durch Filter im Falle des Bogens oder durch die Belastung der Vergleichslichtquelle im Falle der Bandlampe bereits eine genügende Anpassung an die zu messende Temperatur erfolgt ist. An den Film muß man die Forderung stellen, daß er eine örtlich gleichbleibende Untergrundschwärzung besitzt, um eine saubere Ablesung der Periode zu gestatten. Aus Versuchen mit einer stark gefärbten Bunsenflamme ergab sich bei  $\varphi$ -Werten um  $45^\circ$  ein mittleres Umkehrintervall von  $5^\circ$ , d. h.  $\Delta \varphi = 5 \cdot 0,0175 = 0,088$ . Aus Gl. (7b) folgt für  $T \sim 2000^\circ \text{ K}$  damit  $\Delta T/T \sim 0,02$ , d. h. ein Fehler von 2% bzw.  $\Delta T \sim 40^\circ$ .

Dieser Wert paßt befriedigend zu der Temperaturdifferenz von  $60^\circ$ , die der Breite des Umkehrintervalles für hohe Konzentrationen in Abb. 4 entspricht. Auf Grund der Ausführungen des letzten Abschnittes ist der Fehler durch Mittelbildung aber wesentlich kleiner zu halten.

Der durch die Unsicherheit [10] der Kenntnis der Konstanten  $c_2$  prinzipiell gegebene Fehler muß hier natürlich außer Betracht bleiben. Dieser Fehler wirkt sich sowohl bei der Auswertung gemäß Gl. (3) wie auch bei der Eichung der Bandlampe auf schwarze Temperatur aus. Weiterhin ist die Einhaltung der von BARRET [11] angegebenen Vorsichtsmaßregeln von



Bedeutung, berührt aber nicht das Prinzipielle der hier angegebenen Methode.

### Spalthöhe<sup>1</sup>.

Ein systematischer Fehler von großer Wichtigkeit entsteht durch den Einfluß der Spalthöhe. Da die Richtung der Spalthöhe  $h$  der Zeitschreibung auf der Trommel entspricht, kann man auch von einer Zeitbreite im Gegensatz zur Wellenlängenbreite sprechen, die durch die Breite  $b$  des Spaltes gegeben ist. Zur Vermeidung einer zeitlichen Verzerrung des Vorganges wird man mit so geringer Spalthöhe arbeiten, wie sie aus Intensitätsgründen gerade noch vertretbar ist. Dabei handelt es sich in allen Fällen um die Spaltbreite und -höhe auf dem Film, die also nur bei 1:1-Abbildung mit den Größen am Spalt direkt übereinstimmt. Solange sowohl Flammen- als auch Vergleichslampenstrahlung durch Spalthöhe und Breite in gleicher Weise beeinflußt werden, braucht die Wirkung des Spaltes nicht besonders betrachtet zu werden, da die Messung ja immer auf einen Relativvergleich hinausläuft. Erst wenn eine Bevorzugung einer Strahlung eintritt, wie sie durch die Modulation der Vergleichslichtquelle gegeben ist, muß untersucht werden, welchen Einfluß die Dimensionen des Spaltes auf diese Modulation haben. Da es sich um eine zeitliche Veränderung handelt, braucht nur der Einfluß der Spalthöhe betrachtet zu werden.

Das hier vorliegende Problem ist in ähnlicher Weise bereits beim Intensitätsverfahren des Tonfilms aufgetreten und hat auch schon früher seine Behandlung [12] erfahren. Wir können uns daher hier kurz fassen. Durch die mit der Geschwindigkeit  $v$  erfolgende Rotation des Filmes erfährt wegen der Spaltbildhöhe  $h$  jede Stelle des Filmes eine Punktbelichtungszeit  $\tau$  von  $\tau = \frac{h}{v}$ . Ganz allgemein ist der Zusammenhang von filmfestem Koordinatensystem  $x$  mit dem raumfesten  $\xi$  am Spalt durch die Transformation  $\xi = x + v \cdot t$  gegeben. Bei gleichmäßiger Ausleuchtung haben alle Punkte ( $\xi$ ) des Spaltes die gleiche Modulation  $M$  der Strahlungsintensität  $J$ :

$$J = A \cos^2 \varphi = A \cos^2 \omega t = \frac{A}{2} (1 + \cos 2\omega t) \quad (8)$$

$$M_0 = \frac{J}{A},$$

die auf dem Film eine Strecke der Länge  $h$  für die infinitesimale Zeitdauer  $d\tau$  gleichartig beeinflusst. Eine bestimmte Stelle ( $x$ ) des Filmes wird also zeitlich nacheinander (innerhalb der Zeitdauer  $\tau$ ) von verschiedenen Modulationszuständen der Strahlung beeindruckt. Die Gesamtwirkung  $W$  ergibt sich durch Integration über die Zeit, wobei die Grenzen  $-\frac{\tau}{2}$  und  $+\frac{\tau}{2}$  mathematisch bequemer sind als 0 und  $\tau$ .

$$W = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} J \cdot dt = \frac{A}{v} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \cos^2 \left( \omega \cdot \frac{\xi - x}{v} \right) d\xi = \frac{A h}{2 v} \times \left( 1 + \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cos \frac{2 \omega x}{v} \right).$$

<sup>1</sup> Den Herrn Prof. Dr. G. BURKHARDT und Dr. H. PÖSCH danke ich für fördernde Diskussionen.

Man erkennt sofort, daß  $W$  abgesehen von dem Modulationsglied wie zu erwarten aus dem Produkt von Intensität  $A$  und Belichtungszeit  $\tau$  gebildet wird. Uninteressiert hier lediglich der Modulationsfaktor

$$M = \frac{W}{A \cdot \tau}:$$

$$M = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \frac{2 \omega x}{v} \right) \quad \text{mit} \quad \gamma = \omega \tau = \frac{\omega h}{v}.$$

Die Modulation in  $\xi$  ist auf  $x$  übergegangen,  $M$  ist wie in (8) eine Funktion der Periode  $2\omega$  lediglich Amplitude und Phase sind verändert. Die Phasenänderung ist ohne Interesse. Die Amplitude ist um den Faktor  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  verringert. Die Modulation wird also durch das Zusammenwirken mehrerer Spaltpartien verwischt, was auch experimentell verifiziert werden konnte. In besonders ungünstigen Fällen  $\gamma = n \cdot \pi$  ( $n = 1, 2, 3 \dots$ ) ist die Modulation sogar vollständig verschwunden. Für

$$h \rightarrow 0 \text{ geht } \xi \rightarrow 0 \text{ und } \frac{\sin \gamma}{\gamma} \rightarrow 1$$

$$\text{und } M \rightarrow \cos^2 \frac{\omega x}{v} \rightarrow \cos^2 \omega t = M_0,$$

also gegen die ursprüngliche Funktion, wie es ja auch sein muß.

Streng genommen müßte zur Auswertung für jede Spalthöhe die (Gl. (9)) entsprechende Kurve gezeichnet und daran die Durchlässigkeit abgelesen werden. Man kann aber auch so vorgehen, daß man die Ablesung an der  $\cos^2 \varphi$ , d. h.  $M_0$ -Kurve vornimmt und den Übergang auf Kurve (9) rechnerisch ausführt. Dabei genügt es, die maximalen Amplituden miteinander zu vergleichen, den cos-Faktor also stets als 1 zu nehmen. An Stelle von  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  verwendet man dann zweckmäßig  $\left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right|$ .

Bezeichnet man die Ablesung auf der  $\cos^2 \varphi$  ( $M_0$ )-Kurve mit  $\delta_0$  und diejenige auf der  $M$ -Kurve mit  $\delta$ , dann gilt nach (9):

$$\delta - \frac{1}{2} = \left( \delta_0 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right|, \quad (1)$$

$$\delta - \delta_0 = \Delta D_2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right| \right) \cdot (1 - 2 \delta_0). \quad (1)$$

Für kleine  $h$  und  $\gamma$  wird in erster Näherung  $\delta = \delta_0$  und in dritter Näherung:

$$\delta - \delta_0 = \frac{\gamma^2}{12} (1 - 2 \delta_0) \leq \frac{\gamma^2}{12}. \quad (11)$$

Diese Größe  $\delta$  muß an Stelle von  $D_2$  in Gl. (3) verwendet werden<sup>1</sup>. Nach Gl. (7a) bedeutet die Korrektur (11) eine Erhöhung des Temperaturwertes um:

$$\Delta T = \frac{\lambda_0}{2 c_2} \cdot T^2 \left( 1 - \left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right| \right) \left( \frac{1}{\delta_0} - 2 \right). \quad (11)$$

Für  $\delta_0 = \frac{1}{2}$ , d. h.  $\varphi = 45^\circ$ , wird auch  $\delta = \frac{1}{2}$ , eine Korrektur entfällt also. Die Korrektur bleibt allgemein um so kleiner, je näher  $\varphi$  sich bei  $45^\circ$  befindet. Auch aus diesem Grunde empfiehlt sich also die Einhaltung des bereits früher genannten Bereiches zwischen  $30^\circ$  und  $70^\circ$ .

<sup>1</sup> In einem Versuch ergab sich mit  $\gamma = 1,2$  für die Temperatur eines Raketenstrahles  $1830^\circ \text{K}$  ohne und  $1860^\circ \text{K}$  nach Anbringung der Korrektur, welcher Wert genau übereinstimmt mit einer Messung, die mit  $\gamma = 0,4$  ausgeführt worden war und daher unkorrigiert bleiben konnte.



Arbeitet man mit einer langen Zylinderlinse<sup>1</sup> (Glasstab) in  $\lambda$ -Richtung direkt vor dem Film, so wird die Höhererstreckung des Spaltes nach Maßgabe der Brennweite der Zylinderlinse verkleinert, dieser Wert geht dann an Stelle von  $h$  in  $\gamma$  ein und die an  $D_2$  anzubringende Korrektur wird entsprechend verringert. Man kann also bei gleicher Korrektur mit erheblich vergrößerten Spalthöhen arbeiten und dadurch entsprechend an Belichtungszeit  $\tau$  gewinnen, also noch Aufnahmen von lichtschwächeren Vorgängen durchführen.

Der Verlauf der Funktion  $\left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right|$  wird wesentlich durch die Nullstellen der  $\sin \gamma$ -Funktion für  $\gamma = n \cdot \pi$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  charakterisiert. Eindeutige Verhältnisse hat man nur vor der ersten Nullstelle ( $\gamma < \pi$ ) zu erwarten. Aber selbst eine Ausnutzung bis an diesen Wert heran ist aus praktischen Gründen nicht möglich, da der Variationsbereich dann zu klein wird und die Strahlung der Vergleichslichtquelle bereits weitgehend an die Flamme angepaßt sein müßte. Verlangt man:  $0 \leq \gamma \leq 2$ , so wird damit  $\left| \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right|$  auf Werte zwischen 1 und  $\frac{1}{2}$  beschränkt. In bequemen Einheiten:

$$h \text{ (mm)} \leq \frac{1000}{\pi} \cdot \frac{v \text{ (m/sec)}}{v \text{ (sec}^{-1})}. \quad (12)$$

Die Größe  $\frac{v}{2\pi}$  stellt den Abstand zweier Maxima auf dem Film dar. Es muß also die Spalthöhe klein gegenüber diesem Abstand sein, eine Forderung, die auch anschaulich sofort einzusehen ist. Bleibt (12 a)  $\leq 0,2$  dann kann auf eine Korrektur der erhaltenen  $\gamma$ -Werte verzichtet werden, da diese nach Gl. (11 a) dann unter 1% liegt<sup>2</sup>.

#### Auflösungsvermögen.

Die Leistungsfähigkeit des angegebenen Verfahrens findet ihre natürliche Grenze auf Grund der folgenden Einflüsse. Die bereits behandelte durch die Spalthöhe bedingte Einschränkung läuft im Prinzip darauf hinaus, daß eine Zeitdauer, die kleiner als die Punktbelichtungszeit  $\tau$  ist, nicht mehr aufgelöst werden kann. Bei feinen Spalthöhen muß der Einfluß der Beugung berücksichtigt werden. Man wird  $10^{-7}$  sec als äußerste Grenze für  $\tau$  ansehen können<sup>1</sup>. Unabhängig von der Spaltbildhöhe ist die zeitliche Auflösung der Registrierung durch die Körnigkeit der photographischen Schicht ( $\frac{1}{100}$  mm) und der maximal erreichbaren Umfangsgeschwindigkeit (100 m/sec) zu ebenfalls  $10^{-7}$  sec begrenzt<sup>1</sup>. Bei unserer Anordnung muß aber mindestens 2 Größenordnungen über dieser Grenze geblieben werden, um die Feinheiten innerhalb der Periode noch erkennen zu können. Setzt man 1 mm als Mindestlänge der Halbperiode  $a$  an, so muß  $\frac{v}{2\pi}$ , das diese Länge ergibt, größer als 1 mm sein.

$$\frac{v}{2\pi} \geq 0,1. \quad (13)$$

Die Frequenz  $\nu$  selbst ist dem Vorgang insofern anzupassen, als

$$\frac{1}{\nu} \cdot \frac{dT}{dt} \leq \Delta T \quad (14)$$

sein muß, wobei unter  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz zu verstehen ist, die nach Gl. (7b) zum Intervall  $c$  der Abb. 2 gehört<sup>1</sup>. Mechanisch wird man knapp  $10^3 \text{ sec}^{-1}$ , mit einer Kerrzelle  $10^6 \text{ sec}^{-1}$  erreichen können.

Damit sind wir bei einer dritten Beschränkung des Verfahrens durch zu geringe Konzentrationen an färbender Substanz angelangt. Das Intervall  $c$  der eigentlichen Umkehr in Abb. 2 läßt sich nach S. 25 nur dann durch Mittelbildung eliminieren und damit der Bereich  $b$  sauber abgrenzen, wenn das Emissionsvermögen der Flamme für die Linienstrahlung nicht gar zu gering ist.

Die Auswahl der Daten wird also so vorzunehmen sein, daß man zunächst eine rohe Angabe über die Konzentration der färbenden Substanz und damit über  $c$  zu erhalten versucht. Dadurch ist dann nach Abb. 4  $\Delta T$  und schließlich wegen (14) die Minimalfrequenz  $\nu$  festgelegt. Auf Grund der Bedingung (12) ist weiter die maximale Belichtungszeit  $\tau$  bzw.  $h/v$  gegeben. Dabei kann es unter Umständen vorkommen, daß diese Belichtungszeit nicht mehr zu einer genügenden Schwärzung des Films ausreicht. Dann ist eine optische Temperaturmessung prinzipiell unmöglich. Diesen Fall wollen wir hier aber ausschließen. Bedingung (13) legt die Minimalgeschwindigkeit fest. Diese 3 Gleichungen (mit dem Gleichheitszeichen genommen) genügen zur Bestimmung von  $v$ ,  $h$  und  $\nu$ .

#### Polarisation und Temperatur.

Es war noch zu prüfen, ob die Verwendung von polarisiertem Licht bei der eigentlichen Umkehrmessung eine Fehlerquelle darstellt. Eine solche Abhängigkeit war zwar von vornherein nicht zu erwarten. Es sollte aber bei der Diskussion keine Fehlermöglichkeit außer acht gelassen werden. An einer Bunsenbrennerflamme wurden verschiedene Messungen ausgeführt. Als Vergleichslichtquelle diente eine Bandlampe, deren Stromstärke visuell auf den Umkehrpunkt eingereguliert wurde. Die schwarze Temperatur der Lampe ergibt dann unter Berücksichtigung der Filterdurchlässigkeiten die Flammentemperatur. Eine solche Messung wurde ohne (a) bzw. mit Doppel-polaroid (b) gemacht, das auf seine maximale Durchlässigkeit ( $\alpha = \varphi = 0$ ) eingestellt worden war. Schließlich wurde noch die Bandlampe bei fester reichlicher Stromstärke betrieben und durch Einstellung des Doppel-polaroides auf ein  $\varphi \neq 0$  eine Schwächung soweit vorgenommen, daß Selbstumkehr eintrat. Dabei wurde dieser Winkel visuell (c) bzw. mittels Aufnahme auf Film nach der hier beschriebenen Methode (d) festgestellt. Die Ergebnisse sind in der Tab. I zusammengestellt. Die Flamme der Meßreihe I unterschied sich im Gasdruck etwas von der der Meßreihe II. Die maximale Durchlässigkeit des Doppel-polaroides war mittels eines Photozellenvervielfachers im gelben Bereich zu 0,32 bestimmt worden.

<sup>1</sup> Zur Bestimmung des Winkels  $\varphi$  für einen einzelnen Umkehrpunkt ist durchaus nicht die Kenntnis des gesamten Bereiches  $b$  notwendig, sondern es kann die relative Lage der Umkehrung zur Maximal- oder Minimalstrahlung (gegebenenfalls unter Zuhilfenahme einer Photometerkurve) festgelegt werden.

<sup>1</sup> H. SCHARDIN, Karlsruher Vortrag 1951 [13].

<sup>2</sup> Die Abschätzung des Einflusses der Spalthöhe ist nur dadurch möglich geworden, daß die Modulation sich durch einen geschlossenen mathematischen Ausdruck beschreiben ließ.



Tabelle 1. Temperaturmessungen an einer Bunsenflamme.

	Anordnung	Ablesung	Stromstärke (Amp) Bandlampe			2 $\varphi$ (grad)	Flammen- temperatur ( $^{\circ}$ K)	
			hell	Linie	dunkel		I	II
a	ohne Doppelpolaroid	visuell	11,55		11,65	—	1970	2010
b	mit Doppelpolaroid fest	visuell	13,4		13,7	0	1990	—
c	mit Doppelpolaroid eingestellt	visuell	—	15,0	—	64	—	2050
d	mit Doppelpolaroid rotierend	Film	—	15,0	—	68	—	2040

Die Temperaturwerte passen befriedigend zueinander und liefern somit den Nachweis, daß die Linienumkehrmethode auch mit polarisiertem Licht ausführbar ist.

Es wurde weiterhin in zweierlei Weise geprüft, ob die Lage der Polarisationssebene auf die Bestimmung der Temperatur einer Bunsenflamme einen Einfluß hat. Die Strahlung der Bandlampe durchlief nur das feststehende Polarisationsfilter wechselnder Einstellung. Entsprechend der Variation des Winkels  $\alpha$

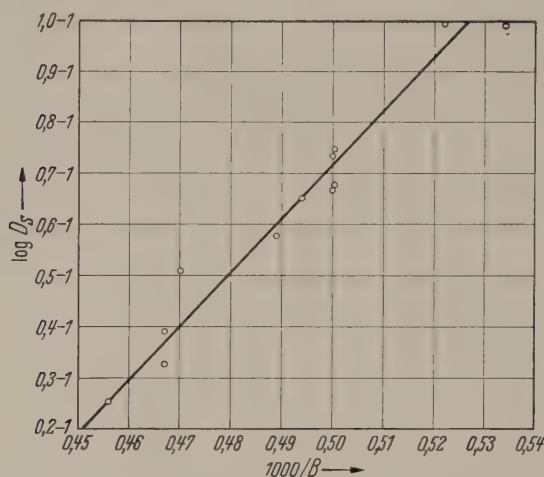


Abb. 5. Einfluß der Polarisationssebene auf Temperaturbestimmungen.

änderte sich naturgemäß auf Grund von Gl. (1) (lediglich mit  $\varphi = 0$  und  $d$  anstelle von  $d^2$ ) die Durchlässigkeit  $D_s$ . Diese Durchlässigkeit wurde in jedem einzelnen Fall mittels Vervielfachers gemessen. Die Stromstärke der Bandlampe wurde nun so einreguliert, daß bei visueller Beobachtung Selbstumkehr auftrat. In Abb. 5 ist der Zusammenhang zwischen der so bestimmten schwarzen Temperatur  $B$  der Bandlampe und  $D_s$  durch die Meßpunkte dargestellt. Außerdem ist die nach Gl. (2) zu erwartende Gerade eingetragen. Man erkennt die befriedigende Übereinstimmung. Die Lage der Polarisationssebene ist also ohne Einfluß auf das nach der Linienumkehrmethode erhaltene Meßergebnis. Eine Auswertung nach Gl. (2) führt damit stets zur gleichen Flammentemperatur von  $S = T = 1900^{\circ}$  K (da  $\varphi = 0$ , ist

$D_2 = 1$  und damit nach Gl. (3)  $S = T$ ). Der entsprechende Nachweis wurde außerdem noch für die dieser Arbeit geschilderte Methode mit 2 Polaroiden von denen eines rotierend geliefert. Der Moment

Umkehr wurde der Filmaufnahme entnommen. Als Vergleichslichtquelle diente in diesem Falle ein Kohlenbogen. Durch Graufilter von Schott wurde die Strahlung der wechselnden Durchlässigkeit des Polaroids angepaßt. Diese Durchlässigkeit wurde wieder mittels Vervielfachers gemessen. Tab. 2 bringt die Ergebnisse. Auch in diesem Falle stimmen die erhaltenen Temperaturen innerhalb der Fehlergrenzen überein.

Tabelle 2. Einfluß der Lage der Polarisationssebene auf die Temperaturmessung.

Position des festen Polaroids $\alpha$ (grad)	Durch- lässigkeit	Filter NG (mm)	2 $\varphi$ (grad)	Tempe- ratur ( $^{\circ}$ K)	Ab- weichung %
+ 90	0,14	4 (1)	130	2110	+
+ 75	0,15	4 (2)	119	2000	—
+ 108	0,17	4 (2)	98	2090	—
+ 38	0,31	4(2)+8(2)	119	2040	—
— 24	0,35	3 (2)	73	2080	—
0	0,38	4 (2)	120	2160	+
Mittel				2080	

### Beispiel.

Zur Erläuterung des Verfahrens sei eine Messung an einem Raketenstrahl näher besprochen. Die Dauer des betrachteten Strahles betrug  $\frac{1}{4}$  sec. Zur Temperaturmessung mußte also notwendigerweise das hier geschilderte Verfahren herangezogen werden.

An Einzelheiten der Versuchsanordnung zur Erzeugung des Raketenstrahles sollen hier nur wenige interessieren. Es wurde mit einem französischen Pulver SD 21 gearbeitet. Die Düse war an ihrem engsten Querschnitt abgeschnitten. Der Strahl trat also mit Schallgeschwindigkeit aus. Gemessen wurde 5,5 cm über dem Strahlaustritt.

Das Spektrum in Abb. 6 zeigt außer dem modifizierten Licht der Bandlampe von dem Spektrum des Raketenstrahles lediglich die Na-Linie und die CaO-Banden<sup>1</sup>, die aber nur zu Beginn der Verbrennung auftraten. Die Emission ist da noch stärker, weil im Augenblick der Zündung wegen des heißen Zündpulvers die Temperatur offenbar höher ist. Das Vergleichsspektrum wird kurzfristig durch den herausgeschleuderten Zünddraht abgeschirmt. Auftretende Schwingungen lassen

<sup>1</sup> Bei diesen CaO-Banden handelt es sich um Wellenlängenbereiche mit den Schwerpunkten bei 5550 und 6260 Å.

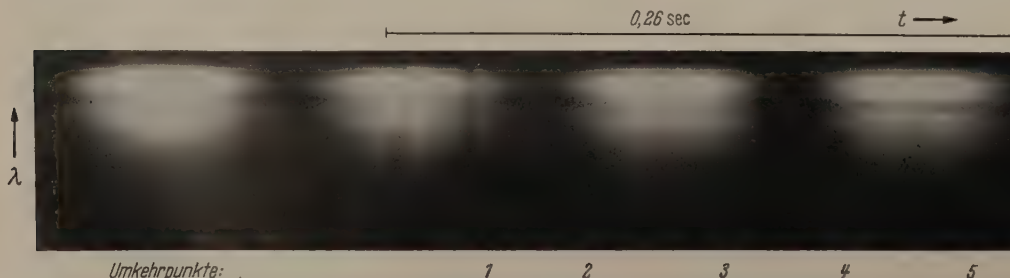


Abb. 6. Temperaturmessung an einem Raketenstrahl



zweckmäßig erscheinen, den ersten Umkehrpunkt nicht zur Auswertung heranzuziehen.

Der Raketenstrahl ist ausreichend angefärbt, so daß er dem Auge als einfarbig erscheint. Außerdem ist gemäß Abb. 6 die Temperatur im Strahl während der Brenndauer annähernd konstant. Es liegen also verhältnismäßig einfache Bedingungen vor. Wegen der beschränkten Zeitdauer des Vorganges muß die Frequenz der vollen Rotation des Polaroides mindestens  $2 \text{ sec}^{-1}$  betragen. Es wurde  $\nu = 5 \text{ sec}^{-1}$  als ausreichend angesehen. Damit muß (13) die Trommelschwindigkeit größer als  $1 \text{ cm/sec}$  sein. Es wurde  $\nu = 0,4 \text{ m/sec}$  benutzt. Schließlich ist durch (12) die erste Grenze für die Spalthöhe zu  $25 \text{ mm}$  gegeben. Es wurde  $h = 2,4 \text{ mm}$  verwandt, also mit der verhärteten Bedingung (12a) gearbeitet, so daß eine Korrektur entfällt. Die Punktbelichtungszeit  $\tau$  beträgt dann  $6 \text{ msec}$ . Benutzt wurde ein Steinheil-Reiprismen-Glas-Spektrograph mit  $\beta = 0,48$  und der Spaltbreite  $0,1 \text{ mm}$ , die eine deutliche Beobachtung der Selbstumkehr gestattete. Die halbe Periode  $a$  gemäß Abb. 2) besitzt die Länge  $4,2 \text{ cm}$  unabhängig vom Ort, d. h. der Film rotierte gleichmäßig. Das Umkehrintervall  $b$  für das mittlere Stück zwischen den Umkehrpunkten 2 und 3 ist  $2,4 \text{ cm}$  lang. Gegen Ende des Strahlleuchtens steigt die Temperatur noch etwas an, die Emission wird etwas stärker. Wertet man den letzten Umkehrpunkt (Nr. 5) für sich allein aus<sup>1</sup>, so ist ihm eine Strecke  $b_5 = 2,0$  zuzuordnen. Zu obigen  $b$ -Werten gehören die Winkel  $\varphi = 103^\circ$  bzw.  $2\varphi_5 = 86^\circ$ . Daraus folgt eine relative Durchlässigkeit  $D_2$  der Polaroides von  $0,39$  bzw.  $0,53$ . Die maximale Durchlässigkeit der Polaroides ist:  $D_0 = 0,316$  (Gl. (1) mit  $\alpha = 0$ ). Außerdem hatte das Objektiv  $l_1$  (Abb. 1) eine Durchlässigkeit  $D_0 = 0,78$ . Die Gesamtdurchlässigkeiten  $D$  betrugen also:  $0,096$  bzw.  $0,13$ . Die ohne Filter benutzte Bandlampe hatte eine schwarze Temperatur  $B$  von  $2325^\circ$  für  $6650 \text{ \AA}$  und damit von  $2340^\circ \text{ K}$  für die Na-Linie<sup>2</sup>. Aus Gl. (4) folgt daraus die wahre Temperatur im Raketenstrahl zu  $2110^\circ \text{ K}$  während des größten Teiles bzw.  $1950^\circ \text{ K}$

gegen Schluß der Verbrennung. Die Temperaturerhöhung gegen Ende des Strahles wurde häufig beobachtet.

Da die Berücksichtigung der Durchlässigkeit wegen  $D_S$  und  $D_0$  bei einer Messerie stets die gleiche bleibt, kann mit Hilfe von  $D_1 = D_0 \cdot D_S$  mittels Gl. (2)  $S = 2060^\circ \text{ K}$  als wirksame schwarze Temperatur der Bandlampe für die Wellenlänge der Na-Linie berechnet werden, die dann mittels Gl. (3) natürlich zum gleichen Temperaturwert führt wie der oben angegebene. Der Fehler dieser Bestimmung dürfte nur  $1$ – $2\%$  betragen.

### Zusammenfassung.

Die Temperaturmeßmethode der Linienumkehr kann auf kurzfristige Vorgänge übertragen werden, wenn man mit moduliertem Vergleichslicht arbeitet. Der Zeitpunkt der Umkehr ist der photographischen Registrierung zu entnehmen. Als bequemes Mittel zur definierten Modulation hat sich die wechselnde Durchlässigkeit zweier Polarisationsfolien erwiesen, von denen eine rotiert. Die Polarisationssebene des Lichtes ist ohne Einfluß auf die Meßergebnisse. Fallende Konzentration des färbenden Salzes erhöht den Umkehrbereich. Der verzerrende Einfluß der Spalthöhe kann in einfacher Weise beseitigt werden. Als Anwendungsbeispiel wird die Temperatur im Strahl einer Rakete von nur  $\frac{1}{4} \text{ sec}$  Dauer gemessen.

**Literatur.** [1] KURLBAUM, F.: Phys. Z. **3**, 187, 322 (1902). — [2] FÉRY, CH.: C. R. (Paris) **137**, 909, (1903). — [3] PENNER, S.: Am. Journ. of Phys. **16**, 475 (1948). — [4] GRIFFITHS, E. u. J. H. AWBERRY: Proc. Roy. Soc. (Lond.) A **123**, 401 (1929); ZEISE, H.: Forsch. auf d. Geb. d. Ing. Wes. **11**, 58 (1940). — [5] HOFFMANN, F. und C. TINGWALDT: Optische Pyrometrie, Braunschweig 1938, S. 124. — [6] LIBESSART, P.: Revue d'Optique 1936, 762 (IX<sup>e</sup> Congrès de Photogr.). — [7] PHERSON, M.: Journ. Opt. Soc. Amer. **30**, 189 (1940). — [8] COHN, H.: Ann. Phys. (Lpzg.) IV, **44**, 749 (1914). — [9] GÖSSLER, F.: Optik **1**, 93 (1946) (Abb. 5) — [10] MOSER, H., H. STILLE, C. TINGWALDT: Optik **4**, 463 (1948/49); HOFFMANN, F.: Z. angew. Phys. **2**, 88 (1950). — [11] BARRET, P.: C. R. (Paris) **226**, 396 (1948). — [12] FISCHER, F., H. LICHTER in Wien, HARMS: Handbuch der Experimentalphysik, **17**, 3 Lpzg. 1934 S. 359. — [13] SCHARDIN, H. Phys. Blätter **7**, 487 (1951).

Dr. phil. habil. FRITZ RÖSSLER,  
Weil am Rhein, Unterbaselweg 27.

## Berichte.

### Form und Beweglichkeit von Fadenmolekülen und ihre Bedeutung für die Ordnungszustände in hochpolymeren Körpern\*.

Von H. A. STUART, Hannover.

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 2. November 1951.)

#### I. Einleitung.

Die Erforschung von Makromolekülen und aus ihnen aufgebauten hochpolymeren Körpern schien bis in die 40iger Jahre eine Domäne der Chemie und allenfalls noch der physikalischen Chemie zu sein. Im Lauf der Zeit hat sich aber herausgestellt, daß man ohne molekularphysikalische und thermodynamische Be-

trachtungen die charakteristischen Merkmale, in denen sich Körper aus Makromolekülen von solchen aus kleinen Molekülen unterscheiden, nicht verstehen kann. Die Erscheinung der Kautschukelastizität mit ihrer viele hundert Prozent erreichenden reversiblen Dehnbarkeit, sowie die hohe Festigkeit und gleichzeitige hohe Dehnbarkeit von natürlichen und synthetischen Textilfasern beruhen wesentlich auf der Existenz von langen, biegsamen und oft sogar sehr beweglichen Faden- oder Kettenmolekülen. Der be-

\* Zusammenfassender Vortrag, gehalten am 23. September 1951 auf der Physiker-Tagung in Karlsruhe.



sondere Charakter der Fadenmoleküle, wie ihre statistische Formenmannigfaltigkeit und innere Beweglichkeit, sowie die daran geknüpften eigentümlichen mechanischen, elektrischen und sonstigen Eigenschaften hochpolymerer fester und flüssiger Körper erfordern nun, sowohl nach der theoretischen wie nach der experimentellen Seite, besondere und meist noch erst zu entwickelnde physikalische Untersuchungsmethoden.

Dasselbe gilt für die eigentümlichen Ordnungszustände, wie sie sich durch die zwischenmolekularen Kräfte und deren Geometrie in Konkurrenz mit der ungeordneten Wärmebewegung in hochpolymeren Körpern einstellen. Diese Ordnung und die Bewegungsmöglichkeiten der Fadenmoleküle in den verschiedenen Ordnungsstufen, also ihre *Kinetik*, bestimmen die makroskopischen Eigenschaften eines hochpolymeren Körpers. So hat sich für den Physiker ein neues und in seinen Problemen äußerst reizvolles Forschungsgebiet aufgetan, das bisher, vor allem in Deutschland nur sehr wenig und mehr am Rande bearbeitet worden ist.

Von den zahlreichen Aufgaben seien hier nur einige angedeutet, die sich auf die Konstitutionsforschung beziehen.

1. Die Untersuchung der Größe, Form und Beweglichkeit von Fadenmolekülen, also der Grundeigenschaften des molekularen Bausteins eines jeden hochpolymeren Körpers (von nachträglich räumlich und irreversibel vernetzten, also gehärteten Harzen, sehen wir dabei ab). Hier handelt es sich insbesondere um Fragen nach dem Molekulargewicht und der Molekulargewichtsverteilung, also der Kettenlänge und deren Verteilung, um Fragen nach der statistischen Formenmannigfaltigkeit und den hier auftretenden charakteristischen mittleren Abmessungen, sowie um die Erkennung von Verzweigungen und Ringbildungen. Dazu kommen die Untersuchungen der inneren Beweglichkeit, also der Einschränkung der Drehbarkeit um die einfachen Valenzrichtungen, die im Verein mit andere Faktoren darüber entscheidet, ob ein Fadenmolekül seine Form schnell oder langsam ändert, also auch darüber, wie das einzelne Molekül bzw. der ganze Körper zeitlich auf eine äußere Kraft reagieren.

2. Das zweite wichtige Problem der Konstitutionsforschung ist die Untersuchung der molekularen Ordnungszustände, die im Vergleich zu den bei niedermolekularen Stoffen anzutreffenden viel verwickelter sind und die der experimentellen und theoretischen Untersuchung noch sehr große Schwierigkeiten bereiten.

## II. Allgemeines über Fadenmoleküle und ihre Statistik.

Verknüpfen wir linear durch Hauptvalenzen eine große Zahl von gleichen Atomgruppen, so erhalten wir ein Fadenmolekül. Das einfachste Beispiel wäre eine lange unverzweigte Paraffinkette (Polyäthylen). Die Zahl der Grundmoleküle oder monomeren Reste, d. h. der Polymerisationsgrad  $P$  des Moleküls kann sehr groß sein, so kennen wir Polystyrole mit Molekulargewichten bis zu 10 Millionen und mehr. Hier sind also etwa  $10^5$  Grundmoleküle durch Hauptvalenzen linear miteinander verkettet. Als gestreckte Zickzackkette würde das Molekül eine Länge von 250000 Å oder  $25 \mu$  besitzen, bei einer Dicke von 4–7 Å. Für die physikalische Untersuchung bedeutet es eine zu-

sätzliche Komplikation, daß alle vollsynthetischen Stoffe oder abgebauten Naturprodukte nie einen einheitlichen Polymerisationsgrad besitzen, man es stets mit einem Gemisch von Ketten verschiedener Länge zu tun hat. Dazu kommt häufig die Unsicherheit, ob die Kette wirklich linear und nicht verzweigt ist, wobei wieder meist unklar ist, ob es sich um wenige lange Seitenketten, oder um viele kurze Verästelungen oder gar um innere Ringbildungen handelt. Auch durch die sorgfältigste Fraktionierung gelingt es nicht, ein im strengen Sinne einheitliches Produkt zu gewinnen. Grundsätzlich gäbe es die Möglichkeit, die stufenweise Synthese zweier-, vierer-, achter- und -Ketten aufzubauen, doch ist dieser Weg zur Erzielung von Molekülen mit Molekulargewichten von mehr als 10000 praktisch nicht gangbar<sup>1</sup>. Es spricht aber sehr vieles dafür, daß die Natur im natürlichen Wachstumspfeil Ketten einheitlicher Länge, so bei Cellulose und Proteinen, aufbauen kann. Zur Charakterisierung eines hochpolymeren Stoffes muß man also neben seinem mittleren Molekulargewicht auch die Molekulargewichtsverteilung kennen.

Fadenmoleküle sind recht biegsame und ihre Form schnell wechselnde Gebilde. Um jede einfache Valenz als Achse besteht grundsätzlich freie Drehbarkeit, nur durch die Wechselwirkung der Substituenten behindert wird. So braucht man z. B. im einfachsten Fall des Äthans etwa 3 kcal/Mol, um von einer Gleichgewichtslage über den Potentialberg in die nächste um  $120^\circ$  verdrehte Lage zu kommen. Vermutlich, aber keineswegs sicher ist die Gleichgewichtslage diejenige, in welcher die H-Atome auf Lücke stehen [1]. Gehört wir zum Propan, Butan usw. über, so werden die Formmöglichkeiten immer größer, wir erhalten schließlich eine nur noch statistisch erfaßbare Formenmannigfaltigkeit.

Im Falle völlig freier Drehbarkeit wäre die Statistik dieser Formen rechnerisch einfach und wir könnten z. B. die mittlere Länge des Fadenmoleküls,  $\bar{l}$ , wie wir gleich definieren werden, sofort angeben. In Wirklichkeit wissen wir aber über die Art der Rotationsbehinderung, vor allem in Lösungen, recht wenig und müssen daher versuchen, aus geeigneten Beobachtungen, z. B. der Lichtstreuung, die mittlere Länge abzuleiten. Damit die Rechnungen nicht zu kompliziert bzw. ganz unmöglich werden, ersetzen wir das wirkliche Molekül durch einen Modellfaden, wobei verschiedene Möglichkeiten gibt. Wir benutzen nach KUHN [2] eine Reihe von Stäbchen, die wie durch Kugelgelenke miteinander verbunden, jede beliebige Richtung gegeneinander annehmen können. Trotz fester Valenzwinkel und beschränkter Drehbarkeit läßt sich diese Bedingung immer erfüllen, wenn wir eine genügend große Zahl  $s$  von Grundmolekülen in einem solchen Fadenelement oder Kettensegment zusammenfassen. Von einer bestimmten Zahl ab ist die letzte Valenz gegenüber der ersten sicher beliebig und auch in allen Richtungen mit praktisch gleicher Wahrscheinlichkeit einstellbar.

Die Form dieses *Segmentmodells* charakterisieren wir durch die mittlere Länge und verstehen darunter den quadratischen Mittelwert der Abstände  $h$  der Fadenendpunkte (vgl. Abb. 1). Besteht die Kette aus

<sup>1</sup> Ein Beispiel sind die von FORDYCE und HIBBERT, Amer. Chem. Soc. **61**, 1910, 1912, 1939 synthetisierten 90- und 196-gliedrigen Polyoxäthylenglykole  $\text{HO}(\text{CH}_2(\text{H}_2\text{O}))_x\text{H}$ .



=  $P/s$  Stäben der Länge  $A_m$ , so wird die mittlere Länge

$$\bar{h}^2 = Z A_m^2; \quad \sqrt{\bar{h}^2} = A_m \sqrt{Z} \sim \sqrt{P} \sim \sqrt{M}. \quad (1)$$

weiter führen wir mit KUHN den Knäuelungsgrad  $Q$ , definiert als das Verhältnis der Länge der gestreckten Zickzackkette  $L_{max}$  zur mittleren Länge des geknäulten Moleküls, also

$$Q = \frac{L_{max}}{\sqrt{\bar{h}^2}} = \sqrt{Z}, \quad (2)$$

wenn wir noch die Bedingungen hinzufügen, daß sowohl die maximale, wie die mittlere Länge des Modellfadens mit den entsprechenden Längen des wirklichen Moleküls übereinstimmen soll. Die statistische Behandlung ist nahe-



Abb. 1. Segmentmodell eines Fadenmoleküls.

lich nur zulässig, wenn  $Z$  genügend groß ist. Bei wenig biegsamen Molekülen, wie Cellulosederivaten, muß man schon zu recht hohen Molekulargewichten kommen, um dieser Bedingung zu genügen (s. Abschnitt 1d).

## 1. Methoden zur Bestimmung der Form von Fadenmolekülen in Lösung.

### a) Grundsätzliches<sup>1</sup>.

Längere Fadenmoleküle kann man ihres minimalen Dampfdruckes wegen leider nicht als freie Individuen im Dampfzustand untersuchen. Aus Beobachtungen im festen Zustand oder an der Schmelze kann man wegen der gegenseitigen Wechselwirkung und der Kettenverschlingungen auch nur sehr beschränkte Aussagen über das individuelle Molekül ableiten. Man muß also verdünnte Lösungen heranziehen und versuchen, aus dem Beitrag der gelösten Fadenmoleküle, z. B. zur Intensität des molekularen Streulichtes oder zur Viskosität der Lösung, Schlüsse auf die Form der Moleküle zu ziehen.

Dabei tritt die rein experimentelle Schwierigkeit auf, daß das Gebiet hinreichend verdünnter Lösungen meist technisch nicht zugänglich ist. Will man aus Messungen an verdünnten Lösungen die für das einzelne gelöste Molekül charakteristischen Eigenschaften ableiten, so muß man eigentlich bei so hoher Verdünnung arbeiten, daß jedes Makromolekül ungestört von den anderen zur Wirkung kommt. Diese Bedingung läßt sich bei Kornmolekülen, also z. B. bei kolloidalen Proteinen, soweit sie nicht ionisiert sind, also am isoelektrischen Punkte oftmals erfüllen, aber nicht mehr bei Fadenmolekülen, die sehr ausgedehnte lockere Gebilde darstellen. Ein Zahlenbeispiel möge das klar machen. Ein Polystyrolmolekül vom Molekulargewicht 1000000 besitzt in Benzollösung nach Messungen der Lichtstreuung eine mittlere Länge von etwa 1100 Å. Verteilen wir die Kettensegmente im Sinne der DEBYE-BUECHESchen Theorie [3] der Viskosität in Gedanken einmal gleichmäßig auf eine Kugel vom Radius  $R \cong 0,5 \sqrt{\bar{h}^2}$ , so ist

die mittlere Dichte innerhalb des Kugelknäuels durch  $\frac{M}{N L \frac{4\pi}{3} R^3}$  gegeben, was eine Dichte von etwa 2,3 g/Liter

bedeutet. Man erkennt daraus, daß bei dieser Verdünnung in der Lösung die Fadenmoleküle eigentlich das ganze Volumen ausfüllen, also sicher nicht als voneinander unabhängig angesehen werden können<sup>1</sup>. Für eine Nitrocellulose in Aceton vom vergleichsweise niedrigeren Molekulargewicht 300000 liegen die Verhältnisse noch ungünstiger, indem die mittlere Dichte hier nur noch 0,5 g/Liter beträgt. Man muß also stets die Messungen auf  $c \rightarrow 0$  extrapolieren, was häufig nur dann zuverlässig möglich ist, wenn man theoretisch wenigstens im Bereiche der Meßkonzentrationen die funktionelle Abhängigkeit der Meßgröße von der Konzentration kennt. Schon aus diesem Grunde ist die Thermodynamik und Statistik der Theorie der realen Lösungen mit Makromolekülen auch für die quantitative Auswertung der Messungen unentbehrlich. In früheren Jahren, als man die Konzentrationsabhängigkeit weder experimentell noch theoretisch genügend beherrschte, ist man so zu manchen Fehlschlüssen gekommen<sup>2</sup>.

### b) Methoden zur Formbestimmung.

Daß Fadenmoleküle eine Tendenz zur Knäuelung besitzen müssen, ist nach dem Vorausgehenden selbstverständlich. Ferner zeigen die zahlreichen Beobachtungen der Viskosität oder der Strömungsdoppelbrechung von Lösungen und anderen Erscheinungen, daß es sich, jedenfalls bei längeren und ungeladenen Ketten unmöglich um Stäbchen oder um Kügelchen handeln kann, da die beobachteten Effekte sonst ganz andere funktionelle Abhängigkeiten vom Molekulargewicht besitzen müßten. Uns interessiert jetzt vor allem die Frage, wie weit kann man heute über die Form zahlenmäßige und auch gut begründete Angaben machen.

Die unmittelbare Beobachtung der Größe und Form von Fadenmolekülen in Lösungen ist nicht möglich. Zwar kann man im Elektronenmikroskop nach Beobachtungen von BOYER und HEIDENREICH [4] sowie MARK und Mitarbeitern [5] einzelne Fadenmoleküle erkennen und mit Hilfe einer Schrägbedampfung sogar die Abmessungen der Knäuel bestimmen. Man findet dabei ganz stark eingeknäuelte Gebilde, deren Dichte etwa derjenigen der festen Substanz entspricht, die also mit der Form des Moleküls in Lösung oder im massiven Körper nichts mehr zu tun haben. Diese Verdichtung ist die Folge der VAN DER WAALSSchen Kräfte zwischen den Kettenstücken. Es ist weiterhin MARK und Mitarbeitern gelungen, die ungefähre Größenverteilung zu bestimmen. Damit ist der Wunsch, mit Hilfe des Elektronenmikroskopes Molekulargewichte und Molekulargewichtsverteilungen zu ermitteln, bei Molekülen mit  $M > 10^6$  seiner Verwirklichung einen wesentlichen Schritt näher gerückt worden.

<sup>1</sup> Bei Messungen an Fadenmolekülen haben wir es also eigentlich nie mit einer verdünnten Lösung im üblichen Sinne des Wortes, sondern mit einem Haufen von hochgequollenen Molekülknäueln zu tun.

<sup>2</sup> Überhaupt sind wegen der Unsicherheit der Extrapolation ältere Messungen der Sedimentation, Diffusion und Strömungsdoppelbrechung nur mit entsprechender Kritik auswertbar, vgl. dazu auch die Ausführungen von J. HENGSTENBERG in [13].

<sup>1</sup> Vgl. dazu die Ausführung von H. A. STUART in [33].



Die weiteren Methoden können wir im wesentlichen in zwei Gruppen unterteilen, nämlich in die hydrodynamischen und in die der Lichtzerstreuung im weiteren Sinne.

Es ist ein entscheidender Vorzug der Lichtzerstreuung im Sichtbaren [6] und ebenso der mit ihr weitgehend korrespondierenden Methode der Röntgenkleinwinkelstreuung [7], daß die Meßgröße, nämlich die Intensitätsverteilung nur von der Verteilung der Kettensegmente, also ausschließlich von der Geometrie des Moleküls abhängt. Gewisse Störeffekte bei der Lichtzerstreuung können zwar die Molekulargewichtsbestimmung erheblich fälschen, für die Intensitätsverteilung sind sie aber glücklicherweise ohne Bedeutung [6]. So liefert die Streuung, vor allem die des sichtbaren Lichtes — die Röntgenkleinwinkelstreuung ist noch nicht so entwickelt — bei Fadenmolekülen eine direkte quantitative Angabe über die mittlere Länge der Fadenmoleküle.

Die hydrodynamischen Methoden, das sind die Viskosität, die Strömungsdoppelbrechung, die Diffusion und Sedimentation, also die Ultrazentrifugenmethoden können vorläufig, schon aus grundsätzlichen Überlegungen, nur bei kornförmigen Makromolekülen quantitative Aussagen über die Form liefern, und zwar aus folgenden Gründen: Eine exakte theoretische Auswertung von Messungen, z. B. der Viskosität ist vorläufig nur mit Hilfe der Kontinuums-theorie möglich, welche die Teilchenabmessungen als groß gegen die molekulare Struktur der Umgebung voraussetzt, was bei Fadenmolekülen eben in zwei Dimensionen nicht zutrifft. Um rechnen zu können, ersetzt man das wirkliche Molekül z. B. durch eine Kette von Kügelchen, *Perlschnurmodell* [8]. Ordnet man jedem Grundmolekül ein solches STOKES'Sches Kügelchen und einen entsprechenden Strömungswiderstand zu, so kann man natürlich die Viskositäts-erhöhung durch statistisch geordnete Kugelketten berechnen, aber die Wahl des Radius ist unsicher und diese Mischung aus molekularen und Kontinuumsbetrachtungen ein Notbehelf, der zwar unvermeidlich ist, aber dadurch nicht an quantitativem Wert gewinnt. Dazu kommt ein weiterer Umstand, der lange Jahre nicht genügend beachtet wurde. Arbeitet man mit dem Segmentmodell, so kann man zwar unbedenklich jedem Segment ein charakteristisches elektrisches Moment und auch charakteristische Hauptpolarisierbarkeiten zuordnen, Hinsichtlich ihrer elektrischen und optischen Eigenschaften können also die Segmente als voneinander unabhängig angesehen werden, dagegen darf man ihre hydrodynamische Wechselwirkung nicht vernachlässigen. Dadurch wird das Problem mathematisch außerordentlich kompliziert.

Im Rahmen dieses Aufsatzes ist es nicht möglich, auf die verschiedenen Modellrechnungen, nämlich auf die Grenzfälle des völlig lockeren frei durchspülten Knäuels und des undurchlässigen, mit immobilisierter Flüssigkeit vollgesaugten Knäuels, wie sie zuerst von KUHN [9] untersucht worden sind, sowie das teilweise durchlässige Knäuel, mit dem wir es wahrscheinlich am häufigsten zu tun haben, näher einzugehen [10].

Das letztere Problem, also die Berücksichtigung der hydrodynamischen Wechselwirkung der Segmente ist so kompliziert, daß einige Autoren, DEBYE, BUECHE [11], HERMANS [12], darauf verzichten, den Einfluß einer bestimmten Form auf die Viskosität zu berechnen und

dann über alle Formen zu mitteln, was zweifellos physikalisch richtigere Weg ist, sondern von vorn herein anstelle der Mannigfaltigkeit der statistischen Formen ein Ersatzmodell einführen, nämlich eine Kugel, die von den Segmenten, des Knäuelmoleküls gleichmäßig erfüllt ist. Dafür gewinnt man die Möglichkeit, die hydrodynamische Seite des Problems exakt behandeln zu können.

Jede dieser Theorien stimmt in einigen Fällen in anderen wieder gar nicht. Es ist offensichtlich heute noch nicht möglich, aus Viskositätsmessungen quantitative Zahlenangaben über die Abmessungen von Fadenmolekülen zu erhalten<sup>1</sup>. Entsprechendes gilt auch für die Auswertung von Messungen der Sedimentation und Diffusion [13], natürlich wieder nur für Fadenmoleküle.

### c) Die Methode der Lichtzerstreuung.

Die Erweiterung der molekularen Theorie sowie der Schwingungstheorie der Lichtzerstreuung auf Lösungen mit Makromolekülen verdankt man wesentlich DEBYE [14]. Sie interessiert an dieser Stelle nur insoweit, als es sich um die Berechnung der Streuintensität von Molekülen handelt, deren Abmessungen nicht mehr klein gegen die Wellenlänge des erregenden Lichtes sind, die also nicht mehr wie punktförmige Dipole strahlen. Die von den einzelnen Teilen des Moleküls herrührenden kohärenten Wellenzüge besitzen dann Phasendifferenzen, so daß durch die *innermolekularen Interferenzen* die Streuintensität von ihrer Winkelabhängigkeit wesentlich anders aussieht als bei einem punktförmigen Dipol als Strahlungsquelle. Zur Berechnung der Intensitätsverteilung muß man nun eigentlich neben der räumlichen Anordnung der Streuzentren auch die Stärke des erregenden Lichtes, d. h. das innere Feld kennen, das ja örtlich verschieden sein kann. Dieses Problem ist streng nur für kugelige Teilchen, MIE'Sche Theorie, und allenfalls noch für Ellipsoidteilchen lösbar. Das innere Feld wird nur von dem äußeren umso mehr abweichen, je mehr die optischen Konstanten des Teilchens von denen der Umgebung abweichen. Umgekehrt wird man das innere Feld mit umso mehr größerer Berechtigung dem äußeren gleichsetzen können, je ähnlicher die Brechungsindizes von Lösungsmittel und gelöstem Stoff sind.

Tut man das, so hat man genau dasselbe Problem wie bei der Berechnung der Röntgeninterferenzen eines Molekülgases, mit der zusätzlichen aber wesentlichen Komplikation, daß man nicht nur, wie bei den Röntgeninterferenzen an starren Molekülen über alle räumlichen Orientierungen, sondern auch über alle Formen des statistisch verknäuelten Moleküls mitteln muß. Beschränkt man sich auf Moleküle, deren Durchmesser kleiner als  $\lambda/2$  ist, so erhält man nur Interferenzen erster Ordnung und in Abhängigkeit vom Beobachtungswinkel einen stetigen Intensitätsabfall ohne Maxima und Minima<sup>2</sup>.

Dieser Intensitätsabfall ist von verschiedenen Autoren, DEBYE [14], NEUGEBAUER [15], ZIMM, DOTY [16] für verschiedene Formen, nämlich die Kugel-, Stäbchen- und Knäuelform berechnet worden. Da die Konstanten wesentlich verschieden sind, kann man grundsätzlich aus Messungen der Winkelabhängigkeit der Streu-

<sup>1</sup> Bei starren, kornförmigen Molekülen, wie korpuskuläre Proteinen und Viren, liegen die Verhältnisse viel günstiger.

<sup>2</sup> Vom Faktor  $(1 + \cos^2 \theta)$  ist dabei abgesehen.



intensität stets entscheiden, welche Form vorliegt und dann mit Hilfe des so bestimmten Modells seine charakteristischen Abmessungen berechnen. In vielen Fällen genügt die Bestimmung der sog. *Unsymmetrie der Streuintensität*, d. h. man bestimmt das Verhältnis der unter zwei zur 90°-Richtung symmetrischen Winkeln gemessenen Intensitäten. Bei kleinen Teilchen ist dieses ja einfach gleich eins, vgl. dazu die Abb. 2, die das Polardiagramm für ein Teilchen zeigt, dessen Abmessungen einmal klein gegen  $\lambda$  bzw. von der Größenordnung von  $\lambda$  sind.

Es ist selbstverständlich, daß man auch hier den Wert für die Unsymmetrie für  $c \rightarrow 0$  durch Extrapolation bestimmen muß. Auf diese Weise gewinnt man noch eine weitere, für die Wechselwirkung der gestreckten Moleküle charakteristische thermodynamische Größe, nämlich den das ausgeschlossene Volumen messenden *zweiten Virialkoeffizienten der Lösung*<sup>1</sup>, der bei vielen Erscheinungen eine wesentliche Rolle spielt und z. B. beim osmotischen Druck die Abweichungen vom VAN'T HOFFSchen Gesetz wiedergibt.

#### d) Beobachtungsergebnisse bei der Lichtzerstreuung.

Wir betrachten nun in der Tab. I die Beobachtungen von BADGER und BLAKER [17] an Nitrocellulosen in Aceton, links die aus der Lichtzerstreuung bestimmten

Tabelle 1. Mittlere Längen von Nitrocellulosemolekülen in Aceton, bestimmt aus Messungen der Unsymmetrie der Streustrahlung, nach BADGER und BLAKER [17].

Molekulargewicht	Polym.-Grad $P$	Mittlere Längen für verschiedene Modelle			Länge der gestreckten Zickzackkette	Zahl der Segmente $Z$
		Kugel	Stäbchen	Knäuel		
9 400	33	—	—	—	170	$\approx 1$
35 000	123	605	805	645	630	2,5
50 000	176	685	890	725	900	3,5
93 000	327	800	1210	960	1670	6,5
319 000	1120	1080	1690	1250	5700	22

(Zahl der Glieder pro Segment  $s \approx 50$ .)

en Molekulargewichte und die daraus berechneten Polymerisationsgrade. Daneben stehen die aus den Messungen der Intensitätsverteilung unter verschiedenen Modellannahmen berechneten Molekülabmessungen, sowie die maximale Länge der Moleküle, also die Länge der gestreckten Zickzackketten. Wir erkennen folgendes: Bei einem Molekulargewicht von 5000 ist das Fadenmolekül offensichtlich noch völlig gestreckt. Wir haben, als Folge einer bereits im freien Molekül sehr stark behinderten Drehbarkeit, verbunden mit der Wirkung einer guten Solvatülle, noch eine so geringe Biegsamkeit der Kette, daß wir ein offenbar nur ganz wenig verbogenes Gefilde vor uns haben. Mit wachsendem Molekulargewicht werden die gemessenen Längen im Vergleich zur Länge der gestreckten Kette immer kleiner. Das Molekül beginnt sich einzuknäueln, wir befinden uns also hier im Übergangsgebiet von der steifen, gestreckten Form zum statistischen Knäuel. Erst wenn die Kette so lang geworden ist, daß die Zahl der sie aufbauenden Fadenelemente so groß geworden ist, daß

<sup>1</sup> Ist dieser = 0, so bedeutet das eine Verteilung der Makromoleküle so, als ob andere Makromoleküle nicht da wären. Wegen der endlichen Ausdehnung der Moleküle ist das natürlich nur bei einer gewissen wechselseitigen Anziehung der gestreckten Moleküle möglich.

eine statistische Berechnung der mittleren Länge statthaft wird, können wir erwarten, daß die mittlere Länge mit der Wurzel aus dem Molekulargewichte ansteigt und erst von da ab können wir bei der Bestimmung der mittleren Länge aus der Lichtzerstreuung das Knäuelmodell zu Grunde legen.

Im Bereich der statistischen Knäuelung muß das  $\sqrt{\bar{h}^2} \sim \sqrt{M}$ -Gesetz erfüllt sein. Wir betrachten dazu die bis heute wohl ausgedehnteste und zuverlässigste

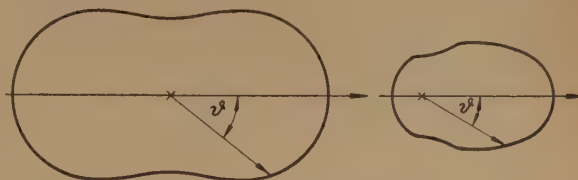


Abb. 2. Polardiagramm der Streustrahlung.

a) Molekülabbmessungen  $< \lambda$ ; b) Molekülabbmessungen  $\approx \lambda/2$ .

Meßreihe von KUNST [18] an Polystyrolen in Benzol, s. Abb. 3. In dieser Darstellung sind auch einige Beobachtungen anderer Autoren [19] miteingetragen, die ebenfalls sehr schön auf derselben Geraden liegen.

Im Bereich der statistischen Knäuelung, der bei Polystyrolen ab etwa  $M = 250000$  einsetzt, kann man bei unverzweigten Molekülen auch eine Aussage über die Größe des statistischen Fadenelementes machen, am einfachsten, wenn wir diese im Sinne des KUHNschen Ersatzmodelles angeben. Aus den schon

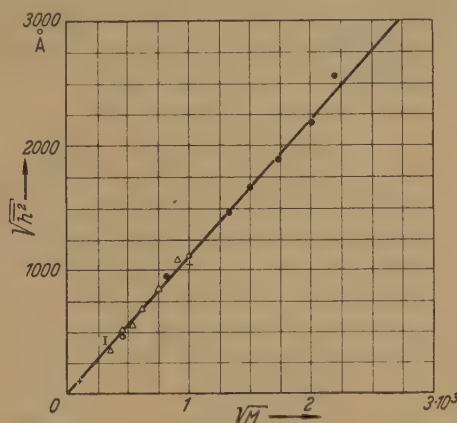


Abb. 3. Die aus der Lichtzerstreuung an Polystyrolen bestimmte mittlere Länge der Moleküle in Abhängigkeit vom Molekulargewicht.

oben angeführten Gleichungen (1) und (2) folgt für die Zahl der Fadenelemente pro Molekül

$$Z = P/s = Q^2 \quad (3)$$

und für die Zahl der monomeren Reste pro Fadenelement  $s$

$$s = P/Z = P/Q^2 \quad (4)$$

und schließlich für die Vorzugslänge des Fadenelementes  $A_m$

$$A_m = \frac{L_{max}}{Z} = \frac{\bar{h}^2}{L_{max}}$$

Man erhält so für Nitrocellulose in Aceton für  $A_m$  etwa 270 Å und für  $s$  etwa 53, d. h. das Nitrocellulosemolekül ist in seiner Drehbarkeit so behindert, daß wir zum Aufbau eines statistischen Fadenelementes rund 53 monomere Reste aneinanderreihen müssen. Das entspricht einem Molekulargewicht von über 15000.



Wir erkennen daraus, daß bei den von BADGER und BLAKER untersuchten Nitrocellulosen die Zahl der Segmente z. B. beim Molekulargewicht 35 000 erst etwa 2 beträgt, die übliche Irrflug-Statistik also unzulässig wird. Für dieses Übergangsgebiet, also für kurze Ketten, die nur noch ein oder nur wenige Segmente enthalten, haben KRATKY und POROD [20] eine besondere, die *Persistenz* einer Kette berücksichtigende Statistik entwickelt. Bei noch kürzeren Ketten wird auch dieses Modell unbrauchbar, und man muß auf die Valenzwinkelkette mit behinderter Drehbarkeit zurückgreifen. Zum Vergleich sei vielleicht noch erwähnt, daß KRATKY und POROD aus der Kleinwinkelstreuung bei Nitrocellulose in Aceton einen  $A_m$ -Wert  $> 150 \text{ \AA}$  finden. Die aus der Viskosität und Strömungsdoppelbrechung auf Grund älterer einfacherer Theorien, vor allem von KUHN [9] abgeleiteten Werte liegen, so weit man vergleichen kann, im allgemeinen tiefer, in Anbetracht der in den Ableitungen steckenden Unsicherheiten aber doch überraschend vernünftig.

Bestimmt man die Zahl  $s$  der monomeren Reste pro Fadenelement in einem schlechten Lösungsmittel, also bei stark eingeknäuelten Molekülen, so erhält man Werte, die sicher kleiner sind als sie für das freie Fadenmolekül zu erwarten wären, z. B. bei Polystyrol in Cyclohexan  $s = 7,5$ , gegen  $s = 18-21$  in guten Lösungsmitteln. Man erkennt daraus, daß hier die Knäuel gegenüber dem kräftefreien Faden schon erheblich kontrahiert sein müssen. Angaben über  $s$  und die Segmentlänge sind also nur dann als eine charakteristische Eigenschaft des betreffenden Fadenmoleküls anzusehen, wenn sie für den Fall geringster Wechselwirkung mit den Lösungsmittelmolekülen bestimmt sind.

Die beobachteten mittleren Längen sind stets viel größer als die für freie Drehbarkeit berechneten, zeigen also die verringerte Biegsamkeit der Kette, sei es infolge der Drehbehinderung, sei es infolge zusätzlicher sterischer Effekte durch die Solvatation. Man könnte daran denken, aus diesen Abweichungen und vor allem aus der Temperaturabhängigkeit der mittleren Länge auf den Verlauf der Behinderungsenergie, vor allem auf die Höhe der Potentialschwelle zu schließen. Das ist aber vorläufig nicht möglich; die Verhältnisse sind im allgemeinen zu kompliziert und alle diesbezüglichen Versuche stellen vorläufig reine Spekulationen dar. Vor allem fehlen aber Messungen in größeren Temperaturbereichen, die sicher aufschlußreich sein werden. Diesbezügliche Messungen haben wir selbst vor kurzem begonnen.

#### e) Die Abhängigkeit der Form vom Lösungsmittel.

Mittels Lichtzerstreuungsmessungen ist es auch möglich geworden, die Abhängigkeit der mittleren Länge vom Lösungsmittel und von der Temperatur direkt zu verfolgen. Die Tabelle 2 zeigt einige Beobachtungen, vor allem an Polystyrolen mit einem Molekulargewicht von 1 600 000. Man erkennt, wie die mittlere Länge vom niedersten Wert 850 Å im schlechten Lösungsmittel Cyclohexan auf den Wert 1335 Å in einem guten Lösungsmittel wie Dichloräthan ansteigt. Das Lösungsmittelgemisch, 65% Dichloräthan und 35% Cyclohexan ergibt eine weitere Streckung, so daß die Längen sich fast im Verhältnis 1:2 ändern. Auf die korrespondierenden Änderungen des zweiten Virialkoeffizienten können wir hier nicht näher ein-

Tabelle 2. Abhängigkeit der mittleren Länge von Fadenmolekülen vom Lösungsmittel.

Polystyrol, ZIMM und Mitarbeiter [22].

M	Lösungsmittel	$\sqrt{\bar{h}^2}$ 22° C	$\sqrt{\bar{h}^2}$ 65° C
1 600 000	Butanon . . . . .	1015	980
	Butanon + 13% 2-Propanol . . . . .	885	—
	Dichloräthan . . . . .	1335	—
	Toluol . . . . .	1290	1280
	Dichloräthan + 35% Cyclohexan . . . . .	1580	1530
	„ + 65% „ . . . . .	1380	1360
1 750 000	„ + 94% „ . . . . .	1000	1170
	„ rein „ . . . . .	850	1000

Polystyrol, KUNST [18].

M	Lösungsmittel	25° C	60° C
1 750 000	Benzol . . . . .	1480	1360
	„ + 20% Äthanol . . . . .	1250	1240
	„ + 30% „ . . . . .	940 <sup>1</sup>	1160
	„ + 70% n-Hexan . . . . .	—	930

gehen, einige qualitative Hinweise und Erklärungen mögen genügen.

In einem schlechten Lösungsmittel haben wir im Vergleich zu den Kräften zwischen Ketten- und Lösungsmittelmolekülen starke Anziehungskräfte zwischen den gelösten Molekülen untereinander, sowie zwischen den Segmenten eines Fadenmoleküls. Das bedeutet Einknäuelung der Fadenmoleküle, Neigung zu Assoziation und schließlich Ausfällung und Koagulation; dementsprechend werden  $\sqrt{\bar{h}^2}$  und ebenso der zweite Virialkoeffizient kleiner.

Umgekehrt bedeutet ein gutes Lösungsmittel starke Solvatation, also Zurückdrängung der innermolekularen und der zwischenmolekularen Anziehung bei den Fadenmolekülen. Die Knäuel gehen auf, die mittlere Länge wird größer. Je gestreckter ein Molekül wird, um so mehr wird bei konstanter Konzentration die gegenseitige Störung der gelösten Fadenmoleküle, welche uns von der idealen Lösung, der zweiten Virialkoeffizient der Lösung steigt entsprechend an. Ebenso ist es klar, daß die gestreckteren Gebilde eher  $\bar{c}$  paribus in einer Strömung eine größere Störung bedeuten, d. h., daß die spezifische Viskosität der Lösung größer wird als bei dichter gepackten Molekülen. Besonders interessant sind auch Untersuchungen an Lösungsmittelgemischen. Dabei zeigt sich, s. Tab. 2, daß in den wenigen bisher untersuchten Fällen unabhängig vom System in der Nähe des Ausfällpunktes die mittlere Länge stets denselben Minimalwert von rund 930 Å bezogen auf  $M = 1 750 000$  besitzt. Bei diesen Konzentrationen ist die Temperaturabhängigkeit der mittleren Länge besonders groß, offensichtlich infolge Öffnung der Knäuel mit zunehmender Löslichkeit. Als letztes Beispiel seien Beobachtungen von PALIT, COLOMBO und MARK [23] genannt, die Polystyrol im System Aceton-Methylcyclohexan untersucht haben. Oberhalb eines Molekulargewichtes von 100 000 ist Polystyrol in keiner der beiden Komponenten allein löslich, dagegen zeigt der Bereich von etwa 13 bis 70 Volumenprozent eine recht gute Löslichkeit. Die Stelle maximaler Löslichkeit macht sich auch bei der Lichtzerstreuung in charakteristischer Weise bemerkbar, indem hier die beobachtete auf  $c \rightarrow 0$  extrapoliert

<sup>1</sup> Dicht vor dem Ausfällen.



nsymmetrie durch ein Maximum geht, was eindeutig zeigt, daß hier die Moleküle ein Maximum der Geradheit aufweisen. An derselben Stelle nimmt auch die spez. Viskosität, also auch die Viskositätszahl ein Maximum an.

#### IV. Eigentümlichkeiten der molekularen Ordnung in Systemen mit beweglichen Fadenmolekülen.

Bei niedermolekularen Stoffen kennen wir einen scharfen Schmelzpunkt, ebenso definierte Schmelzwärmen und Volumenänderungen. Im Gegensatz dazu liegen bei Hochpolymeren die Verhältnisse außerordentlich kompliziert; wir haben grundsätzlich einen Schmelzbereich, der allerdings oft so schmal ist, daß er bei den bisher üblichen Beobachtungsmethoden scharf erscheint, das aber nicht etwa, weil die Substanzen verunreinigt oder chemisch schlecht definiert sind, sondern weil, wie wir gleich sehen werden, die kinetische Einheit nicht das ganze, lange Molekül, sondern das Segment ist, so daß ein und dasselbe Molekül gleichzeitig an zwei oder mehr Phasen beteiligt sein kann. Dazu kommt, daß wir bei Phasenumwandlungen hier fast stets mehr oder weniger vom thermodynamischen Gleichgewicht entfernt sind, weil bei Fadenmolekülen die meisten Einstellungen in das jeweilige Gleichgewicht sehr viel Zeit erfordern, bzw. vielfach überhaupt nicht erreicht werden können. So ist die Thermodynamik der Kristallisation bei Hochpolymeren, sowohl nach der experimentellen Seite wie hinsichtlich der thermodynamisch-statistischen Behandlung noch ganz im Anfang [24]. Es sei an dieser Stelle nur einer der Gründe kurz erläutert, weshalb bei einem kristallinen hochpolymeren System, auch wenn wir uns ständig im Gleichgewicht befinden, der Erstarrungspunkt mit zunehmendem kristallinen Anteil absinken muß.

Wir machen uns das am besten an Hand der schematischen Abb. 4 klar, die den Übergang Schmelze—

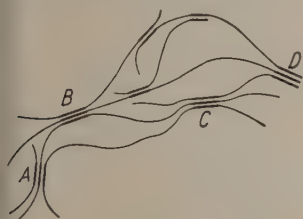


Abb. 4. Zur Entstehung einer kristallinen-morphen Mischphase von Kettenmolekülen. Der Übersichtlichkeit halber sind nur einzelne Ketten gezeichnet; in Wirklichkeit haben wir ein dichtes Hautwerk von Ketten.

enden zurückbleibenden Kettenstücke eintritt, die Kristallisation also zwangsläufig gebremst wird. Wir erhalten daher mindestens bei genügend großer Abkühlungsgeschwindigkeit entlang ein und derselben Kette mehrere Kristallisationskeime, so daß ein und derselbe Faden durch mehrere kristalline und nicht-kristalline Gebiete hindurchgeht. Nun ist im thermodynamischen Gleichgewicht der Schmelzpunkt durch die Beziehung

$$T = \frac{\Delta H}{\Delta S} \approx \frac{\Delta U}{\Delta S}, \quad (5)$$

$\Delta H$  Wärmeinhalt,  $U$  innere Energie,  $S$  Entropie, festgelegt. Im Niedermolekularen sind beide Größen

unabhängig vom Mengenverhältnis beider Phasen, bei langen Fadenmolekülen aber nicht. Wegen der geringen Reichweite, vor allem der Dispersionskräfte, wird man in erster Näherung die Energieänderung beim Einbau einer Gruppe in das Kristallgefüge als konstant ansehen dürfen. (Bei einem Körper, der wie die Polyamide auch im Amorphen Wasserstoffbrückenbindungen enthält, liegen die Verhältnisse schon wieder komplizierter.) Die Entropieabnahme beim Einbau in das Gitter wird dagegen mit fortschreitender Kristallisation immer größer werden, der Schmelzpunkt also absinken und zwar aus folgendem Grund. Zur Entropieabnahme beim Einbau einer Gruppe in das Gitter tritt eine weitere Entropieabnahme dadurch hinzu, daß im zurückbleibenden

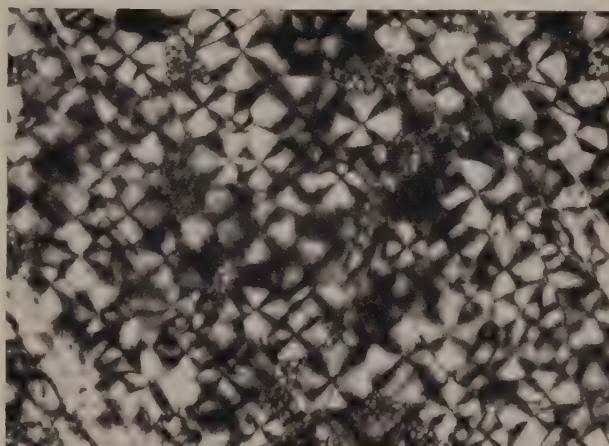


Abb. 5. Sphärolithe aus Polycaprolaktam, gewonnen durch Verdunsten einer Lösung in Kresol. Vergrößerung 450fach; Sphärolithdurchmesser etwa 30  $\mu$ .

„amorphen“ Gebiete die Kettenstücke durch die auftretenden Spannungen in ihren Konfigurationsmöglichkeiten eingeschränkt werden, die „Konfigurationsentropie“ im Amorphen mit fortschreitender Kristallisation also abnimmt. Die Folge ist ein entsprechendes Absinken der Erstarrungstemperatur.

Die Übergänge amorph-kristallin sind fließend, außerdem können Zwischenstufen der Ordnung auftreten. Ferner sind diesem eben besprochenen submikroskopischen Gefüge sehr häufig noch gröbere Strukturen überlagert, vor allem bei langsam aus der Schmelze abgekühlten Körpern, die dann auch gleichzeitig trübe werden. Am eingehendsten sind in der Literatur die Verhältnisse beim Polyurethan und bei Polyamiden [25], vor allem von JENCKEL [26] untersucht und beschrieben worden. Danach treten nadelartige „Kristallite“ auf, die sich zu kugeligen Gebilden zusammenfinden, die bei geeigneten Bedingungen Zentren von Sphärolithen mit radialartiger faseriger Struktur, s. Abb. 5, worden. Sowohl die Sphärolithe und höchstwahrscheinlich auch die Kristallkörner enthalten ungeordnete, amorphe Gebiete sowie Bereiche mit verschiedenen abgestuften Ordnungszuständen, deren Verwirklichung von der thermischen Vorgeschichte der Schmelze und vor allem von dem zeitlichen Temperaturverlauf innerhalb des Schmelzbereiches, vom Temperaturgradienten usw. abhängt. Fast stets haben wir Strukturen, die nicht im thermodynamischen Gleichgewicht sind und die bei jeder Erhöhung der Kettenbeweglichkeit dem Gleichgewichtszustande zustreben. So kann man diese



Strukturen durch nachträgliches Tempern, durch Quellen und auch beim Verstrecken erheblich beeinflussen, was physikalisch ebenso interessant wie praktisch wichtig ist. Unsere Kenntnisse über die kinetischen und sonstigen Vorbedingungen zur Ausbildung bestimmter Ordnungszustände sind noch recht primitiv. Das gilt auch für unsere Kenntnisse über die Zusammenhänge zwischen diesen Ordnungszuständen und den makroskopischen Eigenschaften eines hochpolymeren Körpers.

Am weitgehendsten sind noch die bei der Kaltverstreckung auftretenden Orientierungs- und Ordnungszustände untersucht, einmal wegen ihrer enormen Bedeutung, vor allem für die Eigenschaften von Textilfasern, und weil man hier diese Änderungen besonders leicht im Röntgendiagramm verfolgen kann.

Aus diesen wenigen Andeutungen folgt, daß die molekulare Ordnung der Fadenmoleküle in einem hochpolymeren Festkörper sehr kompliziert ist und zwei Stufen umfaßt, nämlich eine *Kettenordnung* oder die Ordnung benachbarter Kettenstücke, sowie eine sich über größere Bereiche erstreckende Überordnung, welche die übergeordneten Ordnungszustände umfaßt und die wir auch als *molekulare Textur* bezeichnen können.

Wir können daher für die Ordnung der Fadenmoleküle<sup>1</sup> in einem hochpolymeren Festkörper nach STUART [28] folgendes Schema aufstellen.

*Die Ordnung der Fadenmoleküle in einem hochpolymeren Festkörper [28].*

Kettenordnung	Überordnung oder molekulare Textur
Ordnung benachbarter Kettenstücke in den amorphen, mesomorphen und kristallinen Bereichen.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Das Verhältnis des kristallinen zum amorphen Anteil.</li> <li>2. Die den kristallin-amorphen Bereichen übergeordnete, vor allem von der Kinetik der Kristallisation abhängige Korn- und Sphärolithstruktur.</li> <li>3. Die Abmessungen der kristallinen Bereiche, besser die Statistik über deren Größe und Form sowie evtl. Regelmäßigkeiten bei der Aueinanderfolge von kristallinen und amorphen Gebieten.</li> <li>4. Die Orientierung der Ketten, sei es in den amorphen, sei es in den kristallinen Gebieten verschiedener Ordnung in bezug auf eine äußere Richtung, etwa die der Streckung.</li> </ol>

Wie man sieht, liegen die Verhältnisse viel komplizierter als bei einem Metall, wo wir ein Gefüge von unmittelbar aneinander grenzenden Kristalliten ohne amorphe Zwischengebiete haben und wo wir neben der Ordnung im Gitter für gewöhnlich nur noch von einer Korngröße und evtl. noch von einer Orientierung der Kristallite, der Textur, sprechen. Die Textur umfaßt also hier wesentlich mehr Strukturparameter, als z. B. bei einem Metall von denen die wichtigsten die unter 1. und 4. aufgeführten sind.

Es ist an dieser Stelle nicht möglich, auf die verschiedenen zur Bestimmung des kristallinen Anteils

entwickelten Methoden einzugehen oder die quantitative Bestimmung der Richtungsverteilung der kristallinen Bereiche<sup>1</sup> mit Hilfe von Röntgendiagrammen [27] zu besprechen. Es sei nur erwähnt, daß man das Verhältnis kristallin-amorph z. B. aus der Dichte bestimmen kann, vorausgesetzt, daß die Dichte der kristallinen und amorphen Phase direkt bekannt oder indirekt zugänglich sind [30] und [31].

*Zusammenfassung.*

Mit den obigen Ausführungen wurde versucht, einige Aufgaben der Konstitutionsforschung auf den Gebieten der Hochpolymeren, sowie den gegenwärtigen Stand unseres Wissens an einzelnen Beispielen zu charakterisieren. Qualitativ wissen wir über Fadenmoleküle und die aus ihnen aufgebauten Körper schon recht viel, und die bisherigen molekulartheoretischen und thermodynamisch-statistischen Betrachtungen sind oft schon recht brauchbar und in groben Zügen offenbar richtig. Es ist aber dringend notwendig, von der physikalischen Seite her weitere theoretische Betrachtungsmöglichkeiten zu entwickeln und die Leistungsfähigkeit und die Grenzen der jeweiligen Theorien klarer abzustecken als bisher. Dazu kommt das dringende Bedürfnis nach exakten Messungen an möglichst gut definierten Substanzen.

**Literatur.** [1] Näheres bei H. A. STUART: „Die Struktur des freien Moleküls“, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1952, Kap. IV; im Erscheinen. — [2] KUHN, W.: Z. phys. Chemie, A. **161**, 1 (1932); Kolloid-Z. **62**, 269 (1932). — [3] DEBYE, P. u. A. M. BUECHE: J. chem. Physics **16**, 565 (1948). — [4] BOYER, R. F. u. R. D. HEIDENREICH: J. appl. Phys. **16**, 621 (1945). — [5] SIEGEL, R. M., D. H. JOHNSON u. J. MARK: J. Polym. Sci. **5**, 111 (1950). — [6] Vgl. z. B. den Bericht von H. A. STUART: „Die Bedeutung der Lichtstreuung für die makromolare Chemie“, Z. angew. Chem. **62**, 3 (1950), sowie „Die Struktur des freien Moleküls“, Springer-Verlag 1952, Kap. VI; im Erscheinen. — [7] Vgl. z. B. I. HOSEMANN, Ergebn. exakt. Naturwiss. **24**, 142 (1951). O. KRATKY, Mh. Chem. **77**, 224 (1946), J. Polym. Sci. **195** (1948). — [8] Z. B. HUGGINS, M. L.: J. phys. Chem. **4**, 911 (1938); **43**, 439 (1939); A. PETERLIN, International Kolloid Kongress „Les grosses Molecules en solution“, [9] KUHN, W. u. H.: Helv. chim. Acta **26**, 1324 (1943). Paris, 1948, S. 7. — [10] KIRKWOOD, J. u. J. RISEMAN: J. chem. Physics **1**, 565 (1948). — [11] DEBYE, P. u. A. M. BUECHE: J. chem. Physics **16**, 565 (1948). — [12] HERMANS, J. J.: Physica **1**, 777 (1943); KRAMERS, H. A.: J. chem. Physics **14**, 415 (1946). — [13] Vgl. dazu J. HENGSTENBERG im Kapitel Sedimentation und Diffusion in „Physik der Hochpolymeren“, Bd. II, Springer-Verlag 1952; im Druck. — [14] DEBYE, P.: phys. Coll. Chem. **51**, 18 (1947). — [15] NEUGEBAUER, F. Ann. Phys. **42**, 509 (1943). — [16] ZIMM, R., S. STEIN u. P. DOTY: Polymer. Bull. **1**, 90 (1945). — [17] BADGER, R. M. u. R. H. BLAKER: J. phys. Chem. **53**, 1063 (1949). — [18] KUNST, E. D.: Diss. Groningen, 1950; Internat. Colloquium on Macromolecules, Amsterdam 1949. — [19] DEBYE, P. u. A. M. BUECHE [11]. — [20] KRATKY, O. u. G. POROD: „International Colloquium on Macromolecules“, Amsterdam 1949; G. POROD: Mh. Chemie **80**, 251 (1949). — [21] Vgl. z. B. DOTY, P. M.: Journee Langevin-Perrin, Paris, oct. 1948. — [22] ONTER, P., C. CAVV u. B. ZIMM: J. chem. Physics **18**, 830 (1950). — [23] PALIT, S., H. MARK u. G. COLOMBI: J. Polym. Sci. **6**, 295 (1951). — [24] Ansätze bei FRITH u. TUCKETT: Trans. Farad. Soc. **40**, 251 (1944); T. ALFREY u. H. MARK: J. phys. Chemistry **46**, 112 (1942); P. FLORY: J. chem. Physics **15**, 684 (1947); ebenda **17**, 223 (1949); ferner J. Amer. chem. Soc. **72**, 2018 (1950). — [25] LANGKAM

<sup>1</sup> Diese Ordnung der Fadenmoleküle untereinander hat nichts mit der innermolekularen Ordnung oder der Ordnung innerhalb der einzelnen Kette zu tun. Hier können, abgesehen von der Ordnung infolge der chemischen Konstitution, ausgezeichnete Formen, z. B. Rotationsisomere, oder wie bei Proteinen gefaltete Formen auftreten.

<sup>1</sup> Leider ist die Orientierung der Ketten im Amorphen vorläufig nicht faßbar. Man kann lediglich durch Messung der Doppelbrechung, die alle Ketten erfährt, in Kombination mit den Röntgenergebnissen qualitative Aussagen machen [29]. Weitere Ergebnisse versprechen Absorptionsmessungen mit polarisierter Ultrarotstrahlung [32].



ERER, C. M. u. W. E. CATLIN: J. Polym. Sci. 3, 305 (1948);  
ERBST, M.: Z. Elektrochem. 51, 318 (1950); GABLER, R.:  
Naturwiss. 35, 284 (1948). — [26] JENCKEL, E. u. H. WIL-  
ING: Z. Elektrochem. 53, 4 (1949); E. JENCKEL: Kolloid-Z.  
118, 86 (1950); BRENSCHKE: Kolloid-Z. 114, 35 (1949). —  
[27] Vgl. z. B. KAST, W.: Kolloid-Z. 120, 40 (1951). — [28]  
TUART, H. A.: Kolloid-Z. 120, 14 (1951). (Diskussionsbe-  
merkung.) — [29] STUART, H. A.: Kolloid-Z. 120, 57 (1951).  
— [30] Vgl. z. B. HERMANS, H.: „Physics and Chemistry of  
cellulose Fibres“, Amsterdam 1946; ferner Kolloid-Z. 120

3 (1951). — [31] BRILL, R. u. H. MARK: Z. Elektrochem.  
angew. physik. Chem. 55, 202 (1951). — [32] ELIOTT, AM-  
BROSE u. TEMPLE: J. chem. Physics 16, 878 (1928); vgl. auch  
den Bericht von H. A. STUART über „Optische Anisotropie  
— Orientierung — kristalliner Anteil in hochpolymeren Kör-  
pern“. Kolloid-Z. 120, 57 (1951). — [33] STUART, H. A.:  
Physik der Hochpolymeren, Bd. II, Abschnitt B, „Besondere  
Methoden der Konstitutionsbestimmung von Makromole-  
külen“, Springer-Verlag; im Druck.

Prof. Dr. H. A. STUART, Hannover, Stolzestr. 12

## Buchbesprechungen.

**Kratz, L.: Die Glaselektrode und ihre Anwendungen.**  
Bd. 59 der wissenschaftlichen Forschungsberichte Natur-  
wissenschaftliche Reihe. Frankfurt/Main: Friedrich Steinf-  
opf 1950. 377 S. und 77 Abb. Preis DM 44.—.

Die Glaselektrode ist heute für  $pH$ -Messungen sowohl in  
der Technik wie auch im wissenschaftlichen Laboratorium  
des Naturforschers und Arztes ein unentbehrliches und viel-  
gebrauchtes Hilfsmittel. Infolge der vielseitigen Verwend-  
barkeit der Glaselektrode ist die Literatur über dieses  
Spezialgebiet der Elektrochemie außerordentlich stark an-  
gewachsen, und für die meisten, die damit zu tun haben, ohne  
weiteres kaum noch überschaubar. Es ist daher sehr zu be-  
rußen, daß KRATZ als Fachmann auf diesem Spezialgebiet  
unternommen hat, eine umfassende Darstellung der wichti-  
gsten einschlägigen Arbeiten zu geben. Besonders wertvoll  
ist das sehr vollständige Literaturverzeichnis, durch welches  
der gründliche Leser in die Lage versetzt wird, sich über den  
gegenwärtigen Stand der Praxis und der Theorie der Glas-  
elektrode zu unterrichten. Nach kurzer Einführung folgen  
zwei ausführliche Teile erstens über die Grundlagen und  
Methoden der  $pH$ -Messung mit der Glaselektrode und zweitens  
über deren verschiedene Anwendungen. Trotz Bearbeitung  
eines umfassenden Materials sind die verschiedenen Gegen-  
stände übersichtlich und klar dargestellt, wobei naturgemäß  
die Fülle des gebotenen Materials für manche Leser, der  
praktische Ziele verfolgt, mitunter die Aussonderung  
des für ihn Wichtigen etwas erschwert. Trotzdem ist auch  
für den Praktiker, an den sich das Buch insbesondere wendet,  
ein genaues Studium der KRATZschen Ausführung wärmstens  
zu empfehlen.

C. A. KNORR.

**Schmeidler, Werner: Vorträge über Determinanten und  
Matrizen mit Anwendungen in Physik und Technik.** Berlin:  
Akademie-Verlag 1949. VIII, 155 S. u. 3 Abb. Preis  
DM 10.—.

In immer zahlreicheren Fällen benötigt man heute zur  
theoretischen Bearbeitung von physikalischen und tech-  
nischen Problemen weit mehr als nur die elementarsten  
Kenntnisse über Determinanten und Matrizen. Deswegen  
ist es sehr zu begrüßen, daß SCHMEIDLER in dem vorliegen-  
den Buch eine Reihe von Vorträgen über Determinanten und  
Matrizen, die er 1942 im Auftrag des VDE und des Außen-  
institutes der Technischen Hochschule Berlin gehalten hat,  
in erweiterter Fassung einem größeren Kreis von Mathe-  
matikern, Physikern und Ingenieuren zugänglich macht. —  
Im Sinn der Vorträge entsprechend setzt der Verfasser  
eine algebraischen Kenntnisse beim Leser voraus und ver-  
zichtet an Vorkenntnissen in der Analysis nur das jedem  
Ingenieur von der Hochschule her vertraute. Infolgedessen  
legt der Verfasser Wert auf eine sehr gründliche und mathe-  
matisch einwandfreie Darstellung. Es ist sein Verdienst,  
daß das Buch trotz des geringen Umfangs eine Fülle von  
Stoff enthält. Sehr viel Mühe wird auf die Herausarbeitung  
derjenigen in der Praxis anwendbaren Methoden verwandt,  
die am raschesten zum Ziel führen. — In den ersten drei  
Kapiteln behandelt der Verfasser die Grundbegriffe und die  
einfachsten Sätze über Determinanten und Matrizen. Im  
vierten Kapitel befaßt er sich mit den Hauptachsentrans-  
formationen der hermiteschen und quadratischen Formen,  
zw. der zugehörigen Matrizen und deren Verallgemeine-  
rung (normale und normalisierbare Matrizen) sowie mit dem  
Kriterium für eigentlich definite hermitesche Formen mit  
Hilfe der Abschnittsdeterminanten. Diese Überlegungen  
werden im fünften Kapitel mit der Beantwortung der Frage  
fortgesetzt, welchen Bedingungen die, im allgemeinen kom-  
plexen, Koeffizienten einer algebraischen Gleichung genügen  
müssen, damit alle Wurzeln positive Imaginärteile, negative

Realteile besitzen oder im Einheitskreis liegen. Dabei wird  
auf die Arbeiten von HERMITE (1850) und FUJIWARA (1925)  
zurückgegriffen, deren Methoden eleganter und in der Praxis  
bequemer sind als die allgemein verbreiteten HURWITZschen  
(1892). Sodann greift Verfasser in diesem Kapitel die Theorie  
der Ähnlichkeitstransformationen wieder auf und gelangt  
auf eine neue Art mit Hilfe vollständiger Biorthogonal-  
systeme zu den Elementarbestandteilen der Matrizen. Das  
sechste und siebente Kapitel ist den praktischen Verfahren  
zum Lösen von linearen Gleichungssystemen, zur Bestim-  
mung der Eigenwerte einer Matrix usw. gewidmet. In den  
beiden letzten Kapiteln entwickelt Verfasser eine Matrizen-  
analysis, mit deren Hilfe Systeme von linearen Differential-  
gleichungen mit konstanten oder variablen (meist periodisch  
veränderlichen) Koeffizienten gelöst werden. Der Physiker  
ist es gewohnt beim Wort Matrix sogleich an die Quanten-  
theorie zu denken. Hierauf einzugehen hätte aber dem  
Sinn der ursprünglichen SCHMEIDLERschen Vorträge nicht  
ganz entsprochen. Der Verfasser bringt vielmehr eine große  
Anzahl von schönen Beispielen aus der Mechanik und Elektro-  
technik. Trotzdem ist das vorliegende Buch als Einführung  
in die Matrizenrechnung auch für quantentheoretisch inter-  
essierte Studenten geeignet. Wer sich aber mit der Statik  
der Fachwerke, mit Schwingungs- und Regelungsproblemen  
zu befassen hat, dem kann das genaue Studium des vor-  
liegenden Buches warm empfohlen werden. Darüber hinaus  
möchte man dem Buch eine möglichst weite Verbreitung  
wünschen.

G. U. SCHUBERT.

**Flügge, Siegfried unter Mitarbeit von Hans Marschall:  
Rechenmethoden der Quantenmechanik;** dargestellt in Auf-  
gaben und Lösungen, I. Teil: Elementare Quantenmechanik  
(Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in  
Einzeldarstellungen, Band LIII). Berlin: Springer 1947.  
240 S. u. 18 Abb. Preis DM 18.—.

In dem vorliegenden Buch werden die wichtigsten Be-  
griffe und Sätze der Quantenmechanik ausgehend von den  
Wellengleichungen von SCHRÖDINGER und DIRAC auf wenigen  
Seiten kurz zusammengestellt. Der Hauptteil des Buches  
besteht aus einer Sammlung sorgfältig ausgewählter Pro-  
bleme und ihrer Lösung. Wer dies Buch mit dem Bleistift  
in der Hand durcharbeitet, lernt dabei die Begriffe der  
Quantentheorie so kennen, daß er mit ihnen umzugehen  
weiß und er lernt die Methoden der mathematischen Physik  
anzuwenden. Das Buch ist aber nicht etwa nur eine Samm-  
lung von Übungsaufgaben zur Ergänzung einer Vorlesung.  
Es ist vielmehr der Versuch die Quantenmechanik einmal  
rein induktiv zu lehren. Daß diese Methode gerade dem  
technischen Physiker besonders liegt, braucht wohl nicht  
besonders betont zu werden. Wir sind jedenfalls den Autoren  
sehr zu Dank verpflichtet, besonders wenn wir daran denken,  
daß es gerade die mathematisch-physikalische Durcharbeit-  
ung der Quantentheorie war, die unserem Altmeister  
SOMMERFELD am Herzen lag.

G. U. SCHUBERT.

**Feldtkeller, R.: Einführung in die Siebschaltungstheorie  
der elektrischen Nachrichtentechnik.** 3. Aufl. Stuttgart:  
S. Hirzel 1950. Erschienen als Band IV der Monographie  
der elektrischen Nachrichtentechnik. 160 S. u. 121 Abb.  
Preis brosch. DM 12.—.

Dieses leicht verständlich geschriebene Buch, das seine  
erste Auflage im Jahre 1938 und seine zweite Auflage als  
unveränderten Neudruck im Jahre 1942 erlebte, stellt mit  
seiner vorliegenden dritten Auflage eine fast alle Abschnitte  
umfassende Neubearbeitung dar. Es gliedert sich in die  
folgenden fünf Kapitel:

Im ersten Kapitel werden zunächst die einfachen Aus-  
drücke für die Scheinwiderstände von Spulen und Konden-



satoren mit und ohne Verluste besprochen und daraus Schritt für Schritt die allgemeine Gesetzmäßigkeit entwickelt, die der Scheinwiderstand eines aus solchen Elementen zusammengesetzten Zweipols in Abhängigkeit von der Frequenz zeigen muß. Es wird u. a. der Begriff der Äquivalenz von zwei Polen erläutert und auf den Unterschied zwischen Partialbruch- und Kettenbruchschaltungen hingewiesen.

Im zweiten Kapitel wird dann der Zweipol vom Standpunkt des Siebschaltungselements besprochen. Dieses Vorgehen erlaubt wegen der besonders einfachen Verhältnisse, die beim Zweipol vorliegen, eine sehr durchsichtige Erläuterung der für das Weitere grundlegenden Begriffe des Betriebsübertragungsfaktors, der Betriebsdämpfung und des Betriebswinkels. An einer Reihe von einfachen Beispielen werden diese Begriffe dem Leser noch deutlicher gemacht.

Im dritten Kapitel beginnt die Besprechung der eigentlichen Siebketten, und zwar werden hierin vorwiegend die symmetrischen Siebketten in den beiden Grundformen des *T*- und des *II*-Gliedes behandelt. Ihre Halbglieder lassen sich bekanntlich aus Zweipolen zusammensetzen. In diesem Zusammenhang erfolgt die Einführung des Begriffs der Kettenmatrix. Mit Hilfe der einfachen bisher bereitgestellten Formeln werden die vollständigen Ausdrücke für die oben genannten Betriebsgrößen angegeben, wobei bis zu dem Fall von drei hintereinander geschalteten gleichartigen Gliedern vorgeschritten wird. An Hand von Diagrammen wird die Abhängigkeit der verschiedenen Betriebsgrößen von der Frequenz eingehend erörtert, wobei nach Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß und Bandsperre unterschieden wird.

Im vierten Kapitel wird zunächst auf die Wellentheorie der Filter eingegangen, wenn alle Glieder denselben Wellenwiderstand haben, ohne sich deshalb in allen Elementen zu gleichen. Für die vier Grundtypen von Filtern wird der charakteristische Verlauf des Wellenwiderstandes, der Wellendämpfung und des Wellenwinkels in Abhängigkeit von der Frequenz errechnet. Es folgt die Untersuchung der Betriebsdämpfung der Grundketten im Durchlaßbereich und die Besprechung der ZOBELschen *m*-Glieder. An einigen praktischen Beispielen wird schließlich unter Benutzung der gewonnenen Erkenntnisse die Möglichkeit erörtert, einen vorgeschriebenen Verlauf der Dämpfung oder des Wellenwiderstandes durch eine geeignete Auswahl von Filterelementen zu erzielen.

Das letzte, fünfte Kapitel behandelt den Einfluß der Verluste auf die Betriebsgrößen. Für einige der vorher aufgestellten Dämpfungsformeln werden die darin im Falle von Verlusten in den Spulen und Kondensatoren anzubringenden Korrekturgrößen ermittelt.

Der Verfasser verzichtet mit voller Absicht darauf, in seinem Buch auch die von CAUER entwickelten besonderen Berechnungsmethoden für solche Filter zu besprechen, an die aus technischen Gründen spezielle Anforderungen gestellt werden. Mit einer Einführung in die Filtertheorie wäre aber ein Eingehen auf diese Methoden auch kaum verträglich. Der flüssige Stil, die durchsichtige Einteilung des Stoffes und die Beschränkung des rechnerischen Beiwerks auf ein Mindestmaß machen dieses Buch zu einem wertvollen Rüstzeug des Fernmeldeingenieurs.

H. BUCHHOLZ.

**Pringsheim, P. u. M. Vogel: Lumineszenz von Flüssigkeiten und festen Körpern.** Deutsche Ausgabe. 8°, XIV, 240 S. u. 73 Abb. Weinheim, Bergstr.: Verlag Chemie 1951. Preis geb. DM 18.60.

Der Physiker, der von dem Namen PRINGSHEIM eine Darstellung des Stands unserer wissenschaftlichen Erkenntnisse über Fluoreszenz und Phosphoreszenz erwartet, wird enttäuscht sein. Das Buch bringt etwas erheblich anderes: Mit einem Minimum von Theorie (im wesentlichen nur die Tatsache der Energiestufen eines Atoms oder einer Molekel und die Existenz metastabiler Zustände) werden die technischen Einzelheiten der Lumineszenzerzeugung und ihre vielseitigen technischen Anwendungen ziemlich populär besprochen. In dieser Hinsicht ist das Buch eine wahre Fundgrube, sowohl hinsichtlich der Daten der lumineszierenden Substanzen als der Anwendungen in allen Gebieten der Technik. Auf eine Kleinigkeit sei der Leser aufmerksam gemacht: Wohl infolge der Übersetzung ist oft von „schwarzer Strahlung“ die Rede, womit aber nicht die Strahlung des schwarzen Körpers, sondern die durch Filter vom Sichtbaren befreite U.V.-Strahlung gemeint ist. Eine geringe Berücksichtigung der europäischen, insbesondere deutschen Literatur,

die im Vorwort ausdrücklich erwähnt ist, darf bei der Persönlichkeit des Verfassers nicht als Unfreundlichkeit sondern als Folge der Schwierigkeiten, fremde Literatur bekommen, gedeutet werden. In der Tat ist aber die europäische Literatur in deutschen Büchern zur Genüge gesammelt, so daß das Buch eine sehr wertvolle Ergänzung diesen Werken darstellt.

Joos.

**Fischer, F. A.: Grundzüge der Elektroakustik.** Berlin-Schönefeld & Schön 1950. 162 S. u. 102 Abb. Ganzl. DM 14.

In dem vorliegenden Buch werden zunächst die Eigenschaften rein mechanischer und rein elektrischer Schwingungsgebilde behandelt. Dabei wird auch näher auf die Gesetzmäßigkeiten gekoppelter Schwingungsgebilde sowie auf die Analogie zwischen mechanischen und elektrischen Schwingungen eingegangen. Der folgende Abschnitt befaßt sich mit den Kraftwirkungen in elektrischen und magnetischen Feldern, welche die Grundlage der Elektroakustik darstellen.

Nach einer systematischen Aufstellung der verschiedenen Möglichkeiten für elektroakustische Wandler folgt die eigentliche Theorie der elektroakustischen Wandler, welche, von den Differentialgleichungen ausgehend, abgeleitet wird. Schließlich geht der Verfasser noch auf die Beziehungen zwischen der Schallabstrahlung einer schwingenden Fläche und dem Wirkungsgrad der Wandler ein. Vorausgesetzt werden die einfacheren Regeln der Differential- und Integralrechnung sowie die Grundbegriffe der Schwingungslehre und der Elektrotechnik, so daß die normalen Vorkenntnisse eines Ingenieurs für die Lektüre des Buches ausreichen. Entsprechend einer heute vielfach geübten Gepflogenheit bevorzugt der Verfasser auch für die Untersuchung mechanischer Schwingungsgebilde die Darstellungsweise der Elektrotechnik.

Das Buch gibt einen guten Überblick über das heute bereits ziemlich umfangreiche Gebiet der elektroakustischen Wandler.

ERICH WINTERGERST.

**Winkler, Helmut G. F.: Struktur und Eigenschaften der Krystalle.** Eine Einführung in die physikalische und chemische Krystallkunde. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950. VIII, 258 S., 62 Abb., 78 Tab. u. 1 Tafel. Preis geh. DM 16.80.

Die Struktur der Krystalle kann deren Eigenschaften gegenübergestellt werden, da diese letzteren in weit höherem Maße aus jener abgeleitet werden können, als es im umgekehrten Sinne möglich ist. Somit hat also die Struktur im Erscheinungsbild der Krystalle eine zentrale Stellung und das rechtfertigt die Zweiteilung des Stoffes in dem vorliegenden Buche über Krystallkunde, die im ersten Augenblicke vielleicht befremdlich erscheinen könnte. Im ersten Teile des inhaltsreichen Buches, betitelt Krystallstruktur und Eigenschaften, liegt das Schwerkgewicht auf der Struktur, indem Bindungsarten, Gittertypen, Stoffbestand, kristallchemische Verwandtschaftsbeziehungen, Unterschiede von Ideal- und Realkrystallen an metallischen und nichtmetallischen Krystallen behandelt werden. Der zweite Teil, betitelt Eigenschaften und Krystallstrukturen, befaßt sich mit den qualitativen und quantitativen Gegebenheiten der thermischen, optischen, mechanischen usw. Eigenschaften und Folgeerscheinungen der Strukturen.

Der Verfasser bemüht sich mit Erfolg, den Stoff mehr in einer selbständigen geistigen Verarbeitung darzustellen, als in der bisher geübten Form der Systematik, wodurch die wichtigsten Wesenszüge von Krystallen, z. B. die durch parallele Ketten bevorzugte Richtung, ihrer Bedeutung entsprechend hervorgehoben werden, um nur ein Beispiel für viele zu nennen. Dem aufmerksamen Leser werden dadurch zahlreiche Anregungen geboten, er erhält, könnte man sagen, mehr ein „dynamisches“ als systematisches Bild vom Wesen der Krystallwelt.

Das Buch, aus Vorlesungen entstanden, bietet eine vortreffliche und reichhaltige Übersicht über die vorhandenen kristallchemischen und kristallphysikalischen Arbeiten. Es bietet aber auch, besonders in dem Kapitel über die Spaltbarkeit, Darstellungen nach eigenen Ideen und Forschungen, die auf dem Wege zur Überwindung der reinen Systematik zugunsten einer Wesenserkenntnis sehr beachtlich sind.

Das Buch wendet sich ferner nicht nur an Fachmineralogen, sondern an Angehörige aller Disziplinen, die an dem Aufbau der Materie in den Krystallen interessiert sind, an die Naturwissenschaftler, den Geologen und besonders an die Physiker, der in diesem mit guten und klaren Abbildungen



ersehene Buche reiche Anregungen und Beantwortung der ihn interessierenden Fragen finden wird.

Sehr wertvoll ist ein kleines Kapitel über die Erläuterung kristallographisch wichtiger Begriffe, das zumal dem Nichtkristallographen viel Nachschlagesarbeit erspart und das in der nächsten Auflage noch erweitert werden dürfte.

H. STEINMETZ.

**Collatz, Lothar: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen.** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit bes. Berücksichtigung der Anwendungsgebiete, Bd. LX.) XIII, 458 S. u. 110 Abb. 1 Portrait. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1951. Preis geb. DM 48.—, brosch. DM 45.—.

Der Verfasser, der wie kein anderer hierzu berufen ist, hat in dem vorliegenden Werk für Ingenieure, Physiker und Mathematiker eine Zusammenstellung der wichtigsten numerischen Verfahren zur Lösung gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen. Das Schwergewicht liegt nicht so sehr in der ausführlichen Darstellung einzelner Verfahren als vielmehr in dem wohl gelungenen Versuch, die den numerischen Verfahren zugrunde liegenden allgemeinen Prinzipien und Methoden herauszuarbeiten.

Die partiellen Differentialgleichungen nehmen einen sehr breiten Raum ein; mehr als die Hälfte des Buches ist ihnen gewidmet. Dadurch wird eine bisher vorhandene empfindliche Lücke geschlossen zwischen den Darstellungen der Theorie der partiellen Differentialgleichungen, in denen die numerischen Methoden meist nur am Rande gebracht werden, und den Lehrbüchern der praktischen Analysis, in denen nur die partiellen Differentialgleichungen in der Regel nur wenig Raum bleibt.

Das Werk gliedert sich in fünf Kapitel. Die beiden ersten Kapitel behandeln numerische Verfahren für Anfangs- und Randwertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen. Kapitel III ist den Anfangs- und Anfangsrandwert-Aufgaben bei partiellen Differentialgleichungen gewidmet, Kapitel IV den Randwertaufgaben bei partiellen Differentialgleichungen. Das Schlußkapitel V bringt einige Methoden zur numerischen Behandlung von Integral- und Funktionalgleichungen an hand instruktiver Beispiele.

Mit großem pädagog. Geschick werden in jedem Kapitel die Grundgedanken in leicht verständlicher Form an die Spitze gestellt und dadurch die nachfolgenden Methoden in ihren systematischen Zusammenhang gebracht. Die jeweils erforderlichen Begriffe und Sätze aus der Theorie der Differentialgleichungen, der Variationsrechnung usw. sind unter ausführlicher Zitierung einschlägiger Lehrbücher in einzelnen Abschnitten konzipiert und klar zusammengestellt, um auch dem mathematisch weniger geschulten Leser die Grundgedanken der behandelten Methoden verständlich zu machen.

Den Fehlerabschätzungen, dem „Schmerzkind“ der praktischen Analysis, wird immer wieder der ihnen gehörende breite Raum zugewiesen. Es wird dem Leser an typischen Beispielen die Problematik der Fehlerabschätzung und der Fehlerfortpflanzung aufgezeigt und es werden, da genügend genaue Fehlerschranken sich nur in seltenen Fällen angeben lassen, auch „überschlägige, unsichere“ Fehlerbetrachtungen, wie sie für die Praxis unerlässlich sind, dem Leser mit Recht nicht vorenthalten.

Außerordentlich reichhaltig sind sowohl die durchwegs auch an sich interessanten Anwendungsbeispiele zur Erläuterung der Methoden als auch die Übungsaufgaben, die in einzelnen Kapiteln samt Lösungen beigegeben sind und auch für den mit der Materie vertrauten Fachmann viele wertvolle Anregungen enthalten. Die im Anhang angefügten Tafeln, in denen Differenzenausdrücke usw. zusammengestellt und die behandelten Beispiele aufgezählt sind, erleichtern die Übersicht.

Das ausgezeichnete Werk, welches das in der Akademischen Verlagsgesellschaft erschienene Buch des gleichen Verfassers über „Eigenwertprobleme und ihre numerische Behandlung“ in glücklichster Weise ergänzt, wird sich für den Ingenieur und Physiker bald als wertvolles Hilfsmittel zur Lösung praktischer Probleme erweisen. Daneben wird es aber hoffentlich auch einen größeren Kreis junger Mathematiker dazu anregen, sich mit der Problematik der numerischen Methoden vertraut zu machen, die im Zuge der Entwicklung der modernen programmgesteuerten Rechenautomaten im Begriffe sind in eine neue Ära zu treten.

R. SAUER.

**Dänzer, H.: Einführung in die theoretische Kernphysik.** Karlsruhe: G. Braun 1948. 187 S. u. 40 Abb. Preis DM 10.—.

Es ist vielen Physikern, besonders den in der Praxis tätigen, mangels geeigneter Literatur gar nicht möglich gewesen, die Entwicklung der Kernphysik in allen Einzelheiten zu verfolgen. Deshalb ist es sehr zu begrüßen, daß DÄNZER, dem wir ja eine Anzahl wertvoller Beiträge zur Kernphysik verdanken, in dem vorliegenden Buch eine Darstellung dessen gegeben hat, was für ein erstes Eindringen in die Theorie der Atomkerne unbedingt erforderlich ist. Natürlich kann das Buch kein Ersatz für Monographien sein — ich denke etwa an ROSENFELDS Nuclear Forces. Aber der Experimentalphysiker, der technische Physiker und die Studierenden müssen zunächst einmal eine Reihe von grundlegenden Gedanken durchdacht haben. Dieser Forderung kommt das DÄNZERSCHE Buch weit entgegen. Mit außerordentlichem Geschick ist es hier dem Verfasser gelungen, in der mathematisch-physikalischen Behandlung der Probleme ganz besonders einfache und anschauliche Wege zu finden, ohne daß die Strenge darunter gelitten hätte. So hat er eine sehr glückliche Hand in der Heranziehung von klassisch-physikalischen Analogien, z. B. bei der Ableitung der BREIT-WIGNER-Formel. Ich hatte Gelegenheit, anlässlich eines gemeinsamen mit dem Verfasser abgehaltenen Seminars über Kernphysik zu beobachten, wie diese Methoden von den Studenten aufgegriffen wurden. Auch Studenten, die nach Begabung und Neigung der reinen Experimentalphysik angehörten, hielten treffliche theoretische Referate, und griffen lebhaft in die Diskussionen ein. Aus dem Inhalt: Übersicht über die neuere Entwicklung der Kernphysik, Massen der Kerne, Kernspaltung, Kernreaktionen,  $\gamma$ -Strahlung aus angeregten Kernen, Streuung von Neutronen an Protonen, Abbremsung schneller Neutronen durch Protonen, Neutronenbremsung in wasserstoffhaltigen Substanzen, Einfluß des Potentialwalls der Atomkerne auf den Eintritt und Austritt geladener Teilchen, Mathematische Ergänzungen. — Die Kernspaltung behandelt der Verfasser im Anschluß an die Arbeiten von BOHR und WHEELER. Er berichtet auch über eigene Versuche, diese Theorie an dem Modell schwingender elektrisch geladener Seifenblasen zu erproben. Besonderes Augenmerk richtet DÄNZER auf die statistischen Überlegungen, die zu einer Kernthermodynamik führen. Daß die Neutronenstreuung und die Bremsung der Neutronen eingehend und sorgfältig untersucht werden, nimmt bei der Arbeitsrichtung des Verfassers nicht Wunder. Eine möglichst weite Verbreitung des Buches ist nur zu wünschen.

G. U. SCHUBERT.

**Rummel, Th.: Hochspannungs-Entladungs-Chemie und ihre industrielle Anwendung.** München: R. Oldenbourg u. H. Reich 1951. 310 S. u. 142 Abb. Halbleinen Preis DM 30.—.

Das Buch vermittelt einen wohl sehr vollständigen Überblick über das Gebiet der chemischen Wirkungen der Hochspannungsentladungen. Zunächst gibt der Verfasser in Teil A eine Zusammenfassung der physikalischen Erscheinungen der für chemische Zwecke verwendbaren Gasentladungen (47 Seiten). In Teil B werden physikalisch-chemische Wechselwirkungen zwischen Reaktionsgut und Entladung behandelt (47 Seiten). In Teil C werden die eigentlichen entladungschemischen Reaktionen zunächst allgemein (26 Seiten) und dann ausführlich im speziellen besprochen (90 Seiten). Schließlich folgt noch ein Teil D, der in 90 Seiten die aus-  
gesprochenen technischen Anwendungen der Entladungschemie umfaßt. Der Umfang und die ständig zunehmende Bedeutung des in diesem Buch behandelten Arbeitsgebietes ist aus den Ausführungen des Verfassers ersichtlich und wird auch durch die Tatsache bekräftigt, daß in dem am Schluß beigefügten Literaturverzeichnis über 1000 zum Teil grundlegende Arbeiten aufgeführt sind. Das Buch ist für alle diejenigen, die auf diesem Arbeitsgebiet tätig sind, bzw. sich speziell dafür interessieren, von größtem Wert. Um einen tieferen Einblick in die physikalischen Erscheinungen bei den Entladungen hochgespannter Elektrizität zu gewinnen, wird der reine Chemiker allerdings noch andere Werke heranziehen müssen.

Das Buch gibt zahlreiche wertvolle Anregungen und kann daher nur bestens empfohlen werden. C. A. KNORR.

**Heyboer, J. P.: Senderöhren.** (Philips' Bücherreihe über Elektronenröhren, Bd. 7.) Eindhoven: Philips' Gloeilampenfabriken, Abt. Technische Literatur 1951. 295 S. u. 256 Abb. Preis geb. DM 26.50.

Das Buch behandelt ausführlich den Aufbau und die Anwendung von Senderöhren, Trioden und Pentoden nor-



malen Bauart bis zu größten Leistungen im mittleren Hochfrequenzbereich, in dem die Röhre als trägheitsloses und inpedanzfreies Schaltelement arbeitet. In einem kürzeren Schlußkapitel werden einige Hinweise auf den besonderen Aufbau der Röhren und Schaltungen im Ultrakurzwellengebiet gegeben. Dezimeterwellen- und Zentimeterwellenröhren werden nicht behandelt.

Inhalt: Technologie der Senderöhre. Es wird der Aufbau der einzelnen Teile der Röhre beschrieben; Kathode, Anode, Gitter, Gesamtaufbau. Wichtige Einzelheiten, die den Praktiker interessieren, werden von einem anerkannten Fachmann auf Grund neuzeitlicher Erfahrungen mitgeteilt. — Triode als Sendeverstärker. Die Aussteuerung der Kennlinie, Wirkungsgrad, Begrenzung der Ausgangsleistung, Gitterstrom und Steuerleistung werden in vernünftig konzentrierter, aber für den Hochfrequenzingenieur befriedigender Form nicht nur in sachlicher sondern auch in pädagogischer Hinsicht vorbildlich behandelt. — Tetrode und Pentode als Sendeverstärker. Die Wirkung der zusätzlichen Gitter und die Unterschiede im Betrieb und Wirkungsweise gegenüber der Triode werden untersucht. — Modulation des Sendeverstärkers. Die verschiedenen Verfahren zur Erzeugung einer Amplitudenmodulation durch Steuerung des Steuergitters, Schirmgitters, Bremsgitters und der Anode sowie Kombinationen dieser Methoden werden betrachtet, anschließend HF-Verstärker zur linearen Verstärkung amplitudenmodulierter Schwingungen. — Senderöhre als Oszillator. Die verschiedenen Schaltungen des selbsterregten Generators und Fragen der Stabilität von Amplitude und Frequenz werden diskutiert, jedoch ohne nennenswerte quantitative Angaben. Die Formen der Oszillatoren für die verschiedenen technischen Anwendungen (auch industrielle und medizinische) werden besprochen und in Bildern gezeigt. — Senderöhre als Frequenzvervielfacher, Senderöhren für hohe Frequenzen und einige Sonderprobleme schließen in kürzeren Kapiteln das Buch ab.

Wenn sich naturgemäß das Buch hinsichtlich der Stoffgliederung und vieler der behandelten Themen nicht wesentlich von den bekannten älteren Werken unterscheidet, so geben doch die mehr ingenieurmäßige Behandlung des Stoffes, die Berücksichtigung des neuesten Standes der Erkenntnisse und manche spezielle Darstellungsweise dem Buch seinen besonderen Wert innerhalb der Fachliteratur.

MEINKE.

**Candler, C.: Modern Interferometers.** London: Hilger and Watts, Ltd. (Hilger Division) 1951. 8°, 502 S. u. 312 Abb. Preis 57s 6d.

Der Begriff des Interferometers ist etwas weiter gespannt, als es in der deutschen Literatur üblich ist, er umfaßt auch noch Gitter und Stufengitter. Über den damit umgrenzten Bereich von Apparaten gibt der Verfasser in einer erstaunlich geschickten, knappen, ein Minimum von Rechnung erfordernden Darstellung alles Wissenswerte und für die Handhabung der Instrumente Notwendige. Auch die Eigenschaften der Lichtquellen sind wegen ihrer entscheidenden Bedeutung klar dargestellt. Ein gut Teil der Hilger-Erfahrung ist in diesem Buch wiedergegeben, so daß es für jeden, der sich mit Interferometern und Gittern beschäftigt, ein überaus wertvolles Hilfsmittel ist. Allerdings sind einige neue Entwicklungen wie die HARRISONSCHE Echelle nicht erwähnt. Dies führt zu einem prinzipiellen Bedenken: Nach den Hauszeitschriften kommen jetzt die im Hausverlag erscheinenden Bücher mancher Großfirmen (vgl. auch die vorhergehende Buchbesprechung!). Sie sind eigentlich erweiterte Kataloge, die man einst, wenigstens in Deutschland, gratis bekam. Eine neutrale umfassende Darstellung, wie man es in der Wissenschaft gewohnt ist, können solche Hausmonographien aber offenbar kaum geben, dafür ist das Buch, das nicht eine einzige Abbildung eines nicht bei Hilger gewachsenen handelsüblichen Geräts enthält und die deutsche und französische Literatur nur in sehr bescheidenem Maß berücksichtigt, ein Beispiel, allerdings auch für die gute Seite des Problems.

Joos.

**Broda, E.: Advances in Radiochemistry.** Cambridge Univ. Press 1950. XII, 152 S. Preis DM 9.75.

Das Buch, das ein höchst wertvolles Nachschlagewerk jeden ist, der mit radioaktiven Substanzen zu arbeiten befaßt sich zunächst mit der Abtrennung radioaktiver Stoffe im klassischen Sinn. In den nächsten Abschnitten wird die Herstellung radioaktiver Stoffe durch Kernprozesse behandelt. Ein größeres Kapitel ist der Chemie der Transurane gewidmet, ein weiteres dem wichtigen SZILARD-CHALMERS-Effekt (Zerstörung chemischer Verbindungen bei der Bildung eines radioaktiven Isotops). Das letzte Kapitel behandelt den jetzigen Stand der Meßinstrumente (Zählrohre u. dgl.). Manches mußte bei dem geringen Umfang des Buches weggelassen werden, dafür ist aber jedem Abschnitt ein gutes Literaturverzeichnis beigegeben.

Joos

**Frauenfelder, P. u. P. Hüber: Einführung in die Physik. Band I Mechanik, Hydromechanik, Thermodynamik.** München-Basel: Ernst Reinhard Verlag 1951. XVII, 492 S. u. 389 Abb. Preis geb. DM 16.50.

Zu der reichen Auswahl an guten Lehrbüchern der Physik gesellt sich ein neues. Ordnet man die Lehrbücher nach dem Gewicht, das auf die experimentelle oder auf die gedankliche Seite gelegt wird und setzen wir an das eine Ende (natürlich virtuelle) Buch, in welchem  $2 \times 2 = 4$  experimentell bewiesen wird, so steht dies Buch am anderen Ende. Rein äußerlich gleicht es mehr den herkömmlichen Lehrbüchern der technischen Mechanik. Auf die Frage: „bestimmt man nun praktisch die und die Größe?“ wird der Leser oft keine einzelne gehende Antwort finden. Dies ist aber der Zusammenhang der Erscheinungen und die Zurückführung auf wenige Grundgesetze in besonders klarer Weise mit einem bescheidenen Aufwand an Mathematik wiedergegeben. Die Vektoralgebra wird dabei in weitaus größerem Maß benutzt, nachdem sie eingangs kurz dargestellt wurde. Die Übungsbeispiele gehen über das hinaus, was man in Physikbüchern zu finden gewohnt ist. In einem Anhang sind die Folgerungen aus dem 1. und 2. Hauptsatz (MAXWELLSche Relationen usw.) recht weitgehend mit etwas größerem mathematischen Aufwand behandelt. So stellt das Buch eigentlich eine vorzügliche Einführung in die theoretische Physik dar, wie es denn auch im Titel nicht auf Experimentalphysik festgelegt ist. Als Übergang zu der „reinen“ theoretischen Physik ist das Buch ganz besonders zu empfehlen.

Joos

**Ebert, Hermann: Physikalisches Taschenbuch.** Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn 1951. VIII, 522 S. u. 147 Abb. Geb. DM 14.80.

Ein erstaunliches Buch! Während unsere Lehrbücher Nachschlagewerke und Tabellenwerke entsprechend der Weiterentwicklung unseres Wissens immer umfangreicher werden, steckt hier in einem Buch, das man wirklich noch in die Tasche stecken kann, der gesamte Wissensstoff der Physik, schließlich der mathematischen Hilfsmittel und eines guten Stücks Astro- und Geophysik vereinigt. Die Auswahl der Mitarbeiter gibt Gewähr, daß von jedem Kapitel die richtige Auswahl getroffen ist. Naturgemäß ist das Buch kein Lehrbuch, sondern setzt eine Vertrautheit mit dem Stoff voraus und die Tabellen geben in erster Linie das, worauf es in den meisten Fällen ankommt, die Größenordnung. Referent hat sich viele Stichworte notiert, um etwas herauszufinden, vergessen sein könnte, es gelang ihm nicht, eine einzige Lücke herauszufinden. Daß das Buch überall den neuesten Stand wiedergibt, dafür wurde noch während der Korrektur Sorge getragen. Wenn man unter allen Umständen einen Verbesserungswunsch für die nächste Auflage vorbringen kann, dann vielleicht der nach einer Liste der wichtigsten Zeitschriften und ihrer üblichen Abkürzungen. So ist ein Werk geschaffen, das in die Rocktasche eines jeden Physikers paßt, hört, weil es ihm in jeder Situation die erste Orientierungsmittel.

Joos